

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra mechaniky

Návrh a měření dynamických vlastností prvků uložení motoru první generace FSAE.

Design and Measurement of Dynamic Properties of Engine Mounts of the First
Generation FSAE.

Student:

Bc. Marek Láníček

Vedoucí diplomové práce

Ing. Michal Weisz

Ostrava 2014

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Marek Láníček**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Návrh a měření dynamických vlastností prvků uložení motoru první generace FSAE**
Design and Measurement of Dynamic Properties of Engine Mounts of the First Generation FSAE

Zásady pro vypracování:

- Studie dostupných metod, používaných při zjišťování dynamických vlastností pružných prvků.
- Volba vhodné měřicí techniky, příprava a popis navrženého experimentu.
- Ověření navrženého experimentu na připravených vzorcích pružných prvků bez tlumení a s tlumením, korelace s analytickým výpočtem.
- Vlastní návrh a měření dynamických vlastností vybraných prvků uložení motoru první generace FSAE.

Seznam doporučené odborné literatury:

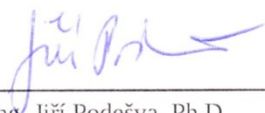
- [1] Tůma, J. *Signal Processing*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava. 2008. 125 s.
- [2] Randall, R. B. *Frequency Analysis*. Denmark: Bruel & Kjaer. 1987. 344 s. ISBN 978-87-835-5070.
- [3] Tůma, J. *Diagnostika strojů*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava. 2009. 138 s. ISBN 978-80-248-2116-0.
- [4] Bilošová, A. *Experimentální modální analýza*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava. 2010. 104 s.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Michal Weisz**

Datum zadání: 13.12.2013

Datum odevzdání: 19.05.2014



doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.

- беру на вѣдомі, же Высoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).

- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.

- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.

- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

- беру на вѣдомі, же оdevздáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě :

.....

podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Bc. Marek Láníček

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Příbylova 1

Břeclav 690 03

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

LÁNÍČEK M. Návrh a měření dynamických vlastností prvků uložení motoru první generace FSAE. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, katedra mechaniky, 2014, 76s
Vedoucí práce: Weisz M.

Diplomová práce se zabývá řešením pružného uložení motoru a dynamickým chováním této pružné části. V úvodu jsou popsány nejčastější způsoby uložení strojních součástí, jako jsou: kovové pružiny, pryže a korky. Také jsou popsány vlastnosti kmitání a jeho účinky na lidské tělo. Měření tuhosti bylo provedeno nejdříve statickou metodou, aby byla ověřena následující měření. Dynamická měření byla provedena dvěma odlišnými metodami. První s volným závažím umístěným na budiči a při druhém měření byla pružina umístěna mezi budič a pevnou základnu. Výsledky metod byly porovnány, vyhodnoceny a vykresleny do grafů. Na základě změřených dat je stanoven postup návrhu pružného uložení.

ANNOTATION OF MASTER THESIS

LÁNÍČEK M. Design and Measurement of Dynamic Properties of Engine Mounts of the First Generation FSAE. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics, 2014, 76s
Thesis head: Weisz M.

The master thesis deals with solutions of flexible properties of engine mounts and dynamic behavior of flexible properties of these element. In the introduction there are described the most frequently using materials like: metal springs, rubbers, corks. It also describes the characteristics of vibration and its effects on the human body. Measurement of stiffness was performed by static method to check the following measurements. Dynamic measurements were made by two different methods. The first with free weights mounted on the exciter. In the second measurement the spring was positioned between the driver and a solid base. Results of the methods were compared, evaluated and plotted on a graphs. On the basis measured data procedure to design of engine mounts is developed.

Poděkování

Tímto chci poděkovat vedoucímu své diplomové práce Ing. Michalu Weiszovi za poskytnutí cenných rad, ochotu a trpělivost v průběhu tvorby diplomové práce.

Obsah

1.	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ	9
2.	ÚVOD	12
3.	KMITÁNÍ	13
3.1.	ZDROJE KMITÁNÍ	13
3.1.1.	<i>Vysokofrekvenční zdroje kmitání</i>	<i>14</i>
3.1.2.	<i>Nízkofrekvenční zdroje kmitání</i>	<i>14</i>
3.2.	NEPŘÍZNIVÝ VLV KMITÁNÍ NA ZDRAVÍ	14
3.2.1.	<i>Nepříznivý vliv na soustavu rameno - ruka</i>	<i>15</i>
3.2.2.	<i>Raynaudova nemoc</i>	<i>16</i>
3.2.3.	<i>Nepříznivý vliv na celé tělo</i>	<i>16</i>
3.3.	VOLNÉ NETLUMENÉ KMITÁNÍ	17
3.4.	KINEMATICKÉ BUZENÍ	20
4.	PRUŽNÉ ULOŽENÍ STROJŮ	23
4.1.	ZÁKLADNÍ ROZDĚLNÍ PRUŽNÉHO ULOŽENÍ	24
4.1.1.	<i>Aktivní pružné uložení</i>	<i>24</i>
4.1.2.	<i>Pasivní pružné uložení</i>	<i>24</i>
4.2.	PROSTŘEDKY VIBROIZOLACE	25
4.2.1.	<i>Pasivní prostředky vibroizolace</i>	<i>25</i>
4.2.2.	<i>Semi-aktivní prostředky vibroizolace</i>	<i>25</i>
4.2.3.	<i>Aktivní prostředky vibroizolace</i>	<i>25</i>
4.3.	PRUŽNÉ ELEMENTY POUŽÍVANÉ K UKLÁDÁNÍ STROJŮ	26
4.3.1.	<i>Kovové pružiny</i>	<i>26</i>
4.3.2.	<i>Přezkové pružiny</i>	<i>27</i>
4.3.3.	<i>Vzduchové pružiny</i>	<i>30</i>
4.3.4.	<i>Korkové podložky</i>	<i>31</i>
4.3.5.	<i>Uložení do půdy</i>	<i>31</i>
4.4.	VOLBA VHODNÉHO PRUŽNÉHO ELEMENTU	31
5.	METODY URČENÍ VLASTNOSTÍ PRUŽNÝCH ELEMENTŮ	33
5.1.	STATICKE URČENÍ TUHOSTI	33
5.1.1.	<i>Popis měřených vzorků</i>	<i>33</i>
5.1.2.	<i>Popis měřící aparatury</i>	<i>34</i>
5.1.3.	<i>Schéma měřené soustavy</i>	<i>36</i>
5.1.4.	<i>Popis měření statické tuhosti</i>	<i>37</i>
5.1.5.	<i>Stanovení statické tuhosti</i>	<i>38</i>

5.1.6.	Výpočet odchylky	39
5.1.7.	Hodnoty statické tuhosti	40
5.1.8.	Závěr, statická tuhost.....	40
5.2.	DYNAMICKÉ URČENÍ TUHOSTI, METODA S VOLNÝM ZÁVAŽÍM	41
5.2.1.	Popis měřicí soustavy.....	41
5.2.2.	Schéma měřicí soustavy.....	42
5.2.3.	Zapojení analyzátoru	43
5.2.4.	Nastavení analýzy.....	44
5.2.5.	Kalibrace akcelerometrů.....	44
5.2.6.	Měření tuhosti.....	45
5.2.1.	Odvození tuhosti	46
5.2.2.	Určení dynamické tuhosti	49
5.2.3.	Závěr, dynamická tuhost, metoda volného závaží.....	53
5.3.	DYNAMICKÉ URČENÍ TUHOSTI – SILOVÁ METODA.....	54
5.3.1.	Popis měřicí soustavy.....	54
5.3.2.	Schéma měřicí soustavy.....	55
5.3.3.	Zapojení analyzátoru	56
5.3.1.	Odhad pracovního intervalu	56
5.3.2.	Nastavení měřících parametrů	57
5.3.3.	Popis měření	58
5.3.4.	Stanovení dynamické tuhosti silovou metodou	59
5.3.5.	Určení rezonance	60
5.3.6.	Závěr, dynamická tuhost metoda silová	65
5.4.	SROVNÁNÍ POUŽITÝCH METOD	66
6.	NÁVRH PRUŽNÉHO ULOŽENÍ.....	69
6.1.	PŘEDPOKLADY NÁVRHU PRUŽNÉHO ULOŽENÍ.....	69
6.2.	POSTUP NÁVRHU PRUŽNÝCH ELEMENTŮ.....	70
7.	ZÁVĚR	72
8.	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	74
9.	SEZNAM OBRÁZKŮ.....	75
10.	SEZNAM GRAFŮ	76

1. Seznam použitých zkratek a symbolů

Značka	Název	Jednotka
\ddot{x}	Druhá derivace dráhy podle času, zrychlení	m/s^2
\dot{x}	První derivace dráhy podle času, rychlost	m/s
\bar{x}	Průměrná hodnota	
$\bar{\sigma}$	Absolutní chyba	
a	Zrychlení	m/s^2
A, B	Integrační konstanty	-
a_1	Zrychlení závaží	m/s^2
C	Amplituda, integrační konstanta	m
F	Síla	N
$F_{(a)}$	Amplituda budící síly	N
$f_{(t)}$	Funkce pohybu desky	-
f_0	Vlastní kruhová frekvence netlumeného kmitání	Hz
F_b	Tlumící síla	N
F_d	Direkční síla v pružině	N
F_i	Síla v kroku i	N
F_k	Direkční síla	N
f_{\max}	Maximální frekvence otáček motoru	Hz
g	Gravitační zrychlení	m/s^2
k	Tuhost pružiny	$\text{N/m}, \text{N/mm}$
$k_{(o)}$	Dynamická tuhost pružiny	$\text{N/m}, \text{N/mm}$
l_1, l_2	Vektor výchylky	m
m	Hmotnost	Kg
m_1	Hmotnost závaží	m

N	Počet hodnot	
n_{\max}	Maximální otáčky motoru	min^{-1}
t	Čas	s
T_0	Perioda vlastní kruhová frekvence netlumeného kmitání	s
v	Rychlost	m/s
v_0	Počáteční rychlost	m/s
v_z	Rychlost desky	m/s
x	Výchylka	m
x_0	Počáteční výchylka	m
x_1, x_2	X-ová souřadnice vektoru	m
x_p, y_p	X-ová, Y-ová souřadnice středu pružnosti	m
y_1, y_2	Y-ová souřadnice vektoru	m
z	Výchylka desky	m
z_a	Amplituda pohybu desky	m
δ	Konstanta dozívání	s^{-1}
Δl	Rozdíl výchylek	m
Δl_x	Rozdíl výchylek v x-ovém směru	m
Δl_y	Rozdíl výchylek v y-ovém směru	m
η	Činitel naladění	-
ξ	Poměrný útlum	-
φ_0	Fázový posuv	°
φ_z	Substituce	
Ω_0	Vlastní kruhová frekvence netlumeného kmitání	s^{-1}
$\Omega_{b \min}$	Minimální frekvence budící síly	s^{-1}
f	Frekvence otáček motoru	Hz
α	Úhel směru výchylky l_1	°

β	Úhel směru výchylky l_2	°
ξ	Relativní chyby	%
φ	Rozdíl směrů výchylek, fázové natočení výchylek	°

2. Úvod

Předmětem zkoumání je především dynamické chování pružných elementů aplikovaných k uložení motoru, které bude využito pro projekt FSAE.

Úvod práce se bude zabývat definicí jednotlivých zdrojů kmitání, jejich vlivům na lidské tělo a okolí. Nezbytné je také zabývat se kmitáním a jeho buzením včetně matematického aparátu. Obecně lze zvolit více způsobů pružného uložení, v závislosti na požadovaných vlastnostech soustavy nebo výsledném efektu, kterého chceme dosáhnout. Jednotlivá nejběžnější řešení pružného uložení budou popsána a představena na jednotlivých konkrétních využitích.

Dynamické vlastnosti pružného uložení bude v našem případě představovat tuhost, respektive dynamická tuhost. Tento parametr bude stanoven jak statickým, tak dynamickými měřeními. Stanovení dynamické tuhosti má především plnit účel prvotního odhadu pro přibližné ověření dalších metod. Pro určení dynamické tuhosti budou zvoleny dvě odlišné metody. Při první bude zkoumaná pružina volně umístěna na budič a bude zatížena pouze závažím. V druhém případě bude pružina umístěna mezi budič a dostatečně tuhou základnu.

Pro dokonalé popsání požadovaných vlastností budou jednotlivá měření vzájemně porovnána. Pro každou zkoumanou pružinu bude vytvořen samostatný graf, kde budou vyneseny všechny stanovené hodnoty jak dynamické tak statické tuhosti.

Po provedení jednotlivých měření, které nám přiblíží chování vybraných materiálů v závislosti na budící frekvenci, budeme moci provést vlastní návrh pružných prvků pro uložení motoru.

3. Kmitání

Kmitání lze definovat jako pohyb tělesa okolo své rovnovážné polohy, přičemž tento pohyb se může a nemusí ustálit. Budeme-li hovořit o reálném tělese, tak se pohyb za daný čas ustálí v rovnovážné poloze ze předpokladu, že zdroj kmitání již přestal působit.

Děj, jež nazýváme kmitáním, nás během života více či méně často obklopuje, může být vybuzen jak rázy, tak harmonicky se opakujícím buzením. V místě pracovního stroje vzniká kmitání, které se následně šíří konstrukcí rámu stroje či jiným prostředím dále od jeho vzniku.

Kmitání se odlišně šíří v různých prostředích. Při šíření kmitání v kapalném či plynném prostředí, hovoříme o vlnách. Tyto vlny vnímáme jako zvuk. Jeho zdrojem je právě kmitání pevných těles, kdy kmitající pevné těleso část své energie, vynaložené na kmitavý pohyb, uvolní do okolního prostředí. Zde se pak projevuje jako již zmíněný zvuk.

Situace v pevných tělesech není obdobná, jak tomu je u kapalných a plynných těles. Zde vlivem smykových napětí v materiálu se vlny nešíří pouze podélně, ale také příčně.

3.1. Zdroje kmitání

Jak již bylo naznačeno, zdrojem kmitání může být mnoho faktorů. Některé nejběžnější z nich budou uvedeny.

„Kmitání ve strojních zařízeních a konstrukcích způsobují rušivé dynamické síly, které jsou vyvolané:

- Vratným pohybem těles
- Rotačním pohybem nevyvážených těles
- Změnami tlaku v hydraulických a pneumatických systémech
- Zatížením od turbulentního proudění
- Nesouosostí spojených rotujících součástí
- Nepřesným geometrickým tvarem pohybujících se konstrukčních prvků (například oválnost ložisek)
- Poškozením smykových a valivých ploch na pohyblivých konstrukčních prvcích
- Vzájemným třením pohybujících se částí
- Technologickým procesem

- Vlnovým působením na konstrukci
- Působením dopravních prostředků na přilehlou komunikaci
- Impulzními či rázovými silami
- Otřesem “ [2]

Z uvedených příkladů vyplývá, že vibrace nejčastěji vznikají vlivem nekvalitních pracovních ploch a také nerovností povrchů vozovky, což bývá způsobeno nevhodně zvoleným technologickým postupem či špatně provedeným konstrukčním návrhem mechanismu. Mezi další příčiny, vedoucí ke vzniku a šíření vibrací, je nevhodná nebo zanedbaná údržba.

3.1.1. Vysokofrekvenční zdroje kmitání

Toto kmitání bývá nejčastěji způsobeno aerodynamickým prouděním, hydraulickým prouděním, otřesy, třením nebo rázovými silami. Obsluha pracovního stoje jej nejčastěji vnímá sluchem, jakožto nepříjemný a rušivý hluk, který může mít vliv na psychiku pracovníků, pohybujících se v blízkosti tohoto zdroje hluku.

3.1.2. Nízkofrekvenční zdroje kmitání

Bývají často způsobeny vratným pohybem součástí, s čímž se běžně setkáváme u pístových motorů, taktéž bývá způsobeno špatným vyvážením a nesoustředností rotačních součástí. Vzniká i v dopravě, při přejezdu vozidla přes terénní nerovnosti.

Nízkofrekvenční kmitání se vyznačuje především velkou amplitudou a přenosem velkého množství energie, která se dokáže šířit na větší vzdálenosti.

Zvuk způsobený nízkofrekvenčním kmitáním nemusí být pro lidský sluch rozpoznatelný. Tento zvuk lze zpravidla zaznamenat uchem až nad hranicí 16 Hz, pod touto frekvenční hranicí hovoříme o infrazvuku.

3.2. Nepříznivý vliv kmitání na zdraví

Kmitání nepůsobí pouze na stoje a části mechanismů či rámců, ale také na lidské tělo, přičemž vlivem tohoto působení dochází k poklesu výkonnosti, koncentrace a komfortu obsluhy. Další z vlivů kmitání je jeho nepříznivý vliv na lidské zdraví, to především ve

dvou základních formách. Buď je kmitání vystavena soustava rameno - ruka, nebo celé tělo. Oba případy jsou jak v průmyslu, tak i v relaxačních aktivitách poměrně běžné.

Pro člověka jsou potenciálně nebezpečné frekvence v rozmezí 0,1 Hz až 5 kHz. Při vnímání této frekvence se lidské tělo projevuje jako biodynamická soustava, která má odpovídající fyzikální vlastnosti.

Lidské tělo není vybaveno zvláštním smyslem pro vnímání kmitání. Nízké kmitočty o větší výchylce registrujeme zrakem jako změnu statické výchylky. Frekvence nad 16 Hz již registrujeme sluchem, kdy část energie kmitání se přemění na zvukové vlny pro nás slyšitelné. Frekvence v rozmezí 1 – 16 Hz můžeme vnímat dotekem. Při doteku je kmitání registrováno nervovými zakončeními našeho těla.

3.2.1. Nepříznivý vliv na soustavu rameno - ruka

Soustava rameno - ruka je vystavena vlivu nepříznivého kmitání při užívání ručního elektrického nebo pneumatického nářadí, taktéž může být přenášeno z obrobku, který je obráběn a pracovník jej drží v ruce. V neposlední řadě jsou tomuto kmitání vystaveni řidiči motocyklů či automobilů, kde řídítka nebo volant také mohou kmitat.

S těmito činnostmi se zpravidla setkáváme ve: stavebnictví, hornictví, zemědělství, strojírenství atd.

Kmitání nejčastěji přechází dlaní či prsty do ruky obsluhy, kde se následně šíří k paži. Vzhledem k tvaru ruky můžeme předpokládat, že se budou šířit především jedním směrem, od dlaně k ramenu.

Dlouhodobé vystavování se těmto vibracím může vést ke zhoršení proudění krve v prstech. Tento jev popisuje Raynaudův syndrom či Raynaudova nemoc.

3.2.2. Raynandova nemoc

Své jméno získala po francouzském lékaři, který tuto nemoc popsal již v roce 1862. Projevuje se zblednutím či zabarvením prstů na rukou (obrázek č. 1 na straně 16), méně často se může objevit i na prstech u nohou. Taktéž syndrom doprovází pocit chladu, což je způsobeno zúžením a křečemi drobných cév v prstech a jejich nedostatečné zásobování krví.



Obrázek 1 Prsty postiženy Raynaudovým syndromem

Budeme-li vystaveni dlouhodobě vibracím, může se syndrom rozšířit k poruchám kůže a dalších tkání. Syndrom bývá způsoben vibracemi a chladem. Nejčastěji se vyskytuje u mladých žen [9].

3.2.3. Nepříznivý vliv na celé tělo

Oproti předchozímu případu, kde nepříznivému vlivu kmitání byla vystavena pouze soustava rameno - ruka, zde je tomuto kmitání vystaveno celé tělo. Řešení této problematiky je výrazně složitější, neboť je nutno uvažovat s kmitáním ve více směrech a také nelze jednoznačně určit směr šíření kmitání.

Nejčastěji jsou takovému kmitání vystaveni řidiči nákladních automobilů, řidiči autobusů a řidiči vozidel, s nimiž se setkáváme mimo pozemní komunikace, jako jsou například bagry, traktory a lesní stroje. Stejně jsou takovému kmitání vystaveni piloti helikoptér, obsluha jeřábů a posádka na lodích.

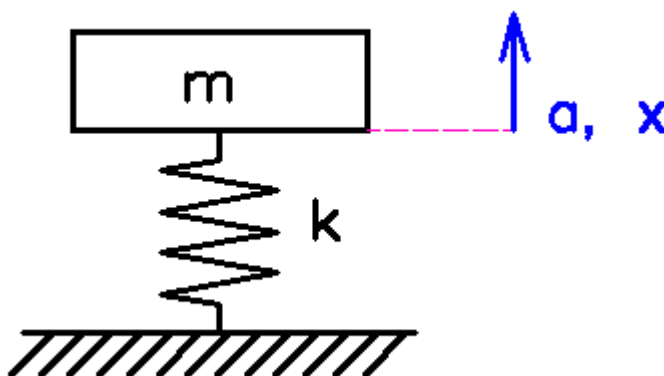
V tomto případě nelze jednoznačně říci, že vibrace nejdříve rozkmitají ruku a postupně se šíří do ramene. Můžeme se setkat s případy, kdy vibrace skrz podlahu působí na

chodidla a nohy obsluhy, nebo přes sedačku u řidičů, kdy část vniká sedadlem, další část opěradlem a dále pak přes volant a pedály, případně podlahu.

Bylo prokázáno, že kmitání dokáže ovlivnit pohodlí a produktivitu obsluhy. Delší vystavení tomuto kmitání může mít nepříznivý vliv především na bederní část zad a s tím spojenou nervovou soustavu. V menším měřítku také například soustavu krk - rameno, trávicí ústrojí, ženské pohlavní orgány a žíly [3].

3.3. Volné netlumené kmitání

Příklad jednoduchého systému s jedním stupněm volnosti je závaží o hmotnosti m a pružina o tuhosti k . Závaží je pružinou spojeno s pevným podkladem, přičemž jsou zanedbány jakékoli nelinearity pružiny, stejně tak není uvažováno s účinky gravitačních či setrvačných sil. Schéma této sestavy je na obrázku (obrázek č. 2 na straně 17).



Obrázek 2 Schéma netlumeného kmitání

Budeme-li uvažovat model, kdy nebude řešena vnější zatěžující síla, pak můžeme pro tuto sestavu napsat pohybovou rovnici.

$$m \cdot a + k \cdot x = 0 \quad (1)$$

Přičemž budeme uvažovat, že druhá derivace dráhy podle času je zrychlení, můžeme následně dosadit.

$$a = \ddot{x} \quad (2)$$

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0 \quad (3)$$

Rovnici můžeme upravit na tento tvar.

$$\ddot{x} + \Omega_0^2 x = 0 \quad (4)$$

Kde vlastní kruhová frekvence netlumené soustavy je:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5)$$

Vlastní frekvenci určíme ze vztahu:

$$f_0 = \frac{\Omega_0}{2 \cdot \pi} \quad (6)$$

Periodu netlumeného kmitání spočteme ze vztahu:

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2 \cdot \pi}{\Omega_0} \quad (7)$$

Řešením naší pohybové, diferenciální lineární rovnice druhého řádu je následující vztah.

$$x = C \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t + \varphi_0) \quad (8)$$

Kde: C – amplituda

φ_0 - fázový posuv

Dále pak řešení pro rychlost a zrychlení.

$$v = \dot{x} = C \cdot \Omega_0 \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t + \varphi_0) \quad (9)$$

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = -C \cdot \Omega_0^2 \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t + \varphi_0) \quad (10)$$

Z okrajových podmínek můžeme určit hodnoty integračních konstant C a φ_0 . V čase $t = 0$ platí pro počáteční výchylku vztah:

$$x_0 = C \cdot \sin(\varphi_0) \quad (11)$$

A pro počáteční rychlost:

$$v_0 = C \cdot \Omega_0 \cdot \cos(\varphi_0) \quad (12)$$

Odsud již vyjádříme.

$$C = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\Omega_0^2}} \quad (13)$$

$$\varphi_0 = \arctan \frac{\Omega_0 \cdot x_0}{v_0} \quad (14)$$

Původní řešení s jednou integrační konstantou C lze naradit jiným, srovnatelným řešením, kde bude mít dvě integrační konstanty A, B .

$$x = C \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t + \varphi_0) \quad (15)$$

$$x = A \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) + B \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t) \quad (16)$$

Integrační konstanty A, B jsou dány integrační konstantou C a fázovým posuvem φ_0 .

$$A = C \cdot \sin(\varphi_0) \quad (17)$$

$$B = C \cdot \cos(\varphi_0) \quad (18)$$

Rychlost pak můžeme určit následovně:

$$v = \dot{x} = -A \cdot \Omega_0 \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t) + B \cdot \Omega_0 \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) \quad (19)$$

Dosazením okrajových podmínek do rovnic pro výchylku a rychlost určíme integrační konstanty A, B ($t = 0$).

$$x_0 = A \cdot \cos(0) + B \cdot \sin(0) = A \quad (20)$$

$$v_0 = -A \cdot \Omega_0 \cdot \sin(0) + B \cdot \Omega_0 \cdot \cos(0) = B \cdot \Omega_0 \quad (21)$$

Napišeme-li integrační konstanty samostatně:

$$A = x_0 \quad (22)$$

$$B = \frac{x_0}{\Omega_0} \quad (23)$$

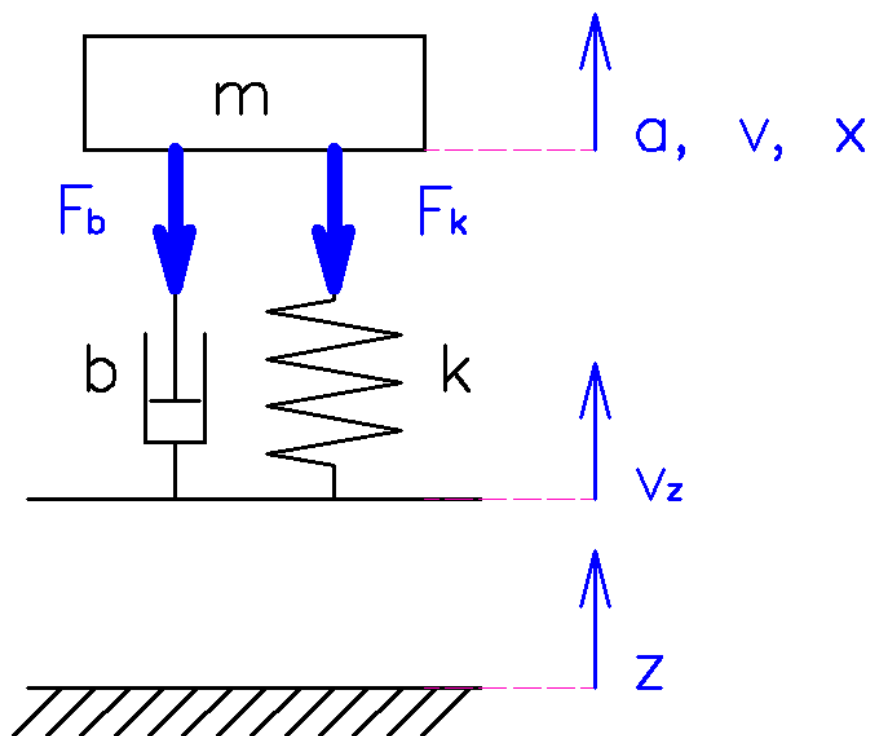
Mezi integrační konstantou C a integračními konstantami A, B platí následující vztah.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\Omega_0^2}} \quad (24)$$

Tento případ kmitání bude využit při určování statických a dynamických vlastností pružných elementů. Zjednodušení na úlohu s jedním stupněm volnosti si budeme moci dovolit, poněvadž konstrukční řešení pružných elementů je přizpůsobeno kmitání v jedné ose.

3.4. Kinematické buzení

Dalším případem je kmitání, které je buzeno pohybem základny. Tedy oproti kmitání, které bylo popsáno v předchozí kapitole, zde závaží o hmotnosti m je spojeno pouze s deskou. Tato deska zdrojem kmitání. Do soustavy je paralelně k pružině o tuhosti k zařazen také tlumič o součiniteli tlumení b . Z toho plyne, že zde bude uvažováno i s tlumením. Schéma soustavy je na obrázku (Obrázek 3 na straně 20).



Obrázek 3 Schéma sestavy kinematicky buzené

Na obrázku jsou zaznačeny i síly vznikající v pružině a tlumiči, můžeme sestavit pohybovou rovnici.

$$m \cdot a = -F_k - F_b \quad (25)$$

Direkční sílu způsobenou pružinou a tlumící sílu způsobenou tlumičem vyjádříme následovně. Je nutno uvažovat s posutím desky, to se v následujících vztazích promítne jako rozdíl výchylek a rozdíl rychlostí.

$$F_k = k \cdot \Delta l \quad (26)$$

$$F_k = k \cdot (x - z) \quad (27)$$

$$F_b = b \cdot v_{rel} \quad (28)$$

$$F_b = b \cdot (v - v_z) \quad (29)$$

Tyto rovnice můžeme dosadit do pohybové rovnice (25). Po úpravách získáme následující tvar.

$$m \cdot a + b \cdot v + k \cdot x = b \cdot v_z + k \cdot z \quad (30)$$

Dále budeme pracovat s tímto tvarem pohybové rovnice.

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot x = b \cdot \dot{z} + k \cdot z \quad (31)$$

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{v} + k \cdot x = f_{(t)} \quad (32)$$

Kde $f_{(t)}$ nám představuje pohyb desky funkcí na pravé straně pohybové rovnice.

$$f_{(t)} = b \cdot \dot{z}_{(t)} + k \cdot z_{(t)} \quad (33)$$

V případě, kdy deska se pohybuje harmonickým pohybem.

$$z = z_a \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (34)$$

$$\dot{z} = z_a \cdot \omega \cos(\omega \cdot t) \quad (35)$$

Kde: ω_a - kruhová frekvence pohybu desky

z_a - amplituda pohybu základu

S využitím daných rovnic (34) a (35) získává pohybová rovnice podobu:

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot x = b \cdot z_a \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) + k \cdot z_a \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (36)$$

Dále využijeme substituci [7]:

$$F_a = \sqrt{(b \cdot z_a \cdot \omega)^2 + (k \cdot z_a)^2} = z_a \cdot \sqrt{(b \cdot \omega)^2 + k^2} \quad (37)$$

$$\varphi_z = \tan^{-1} \left(\frac{b \cdot z_a \cdot \omega}{k \cdot z_a} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{b \cdot \omega}{k} \right) \quad (38)$$

Pro úpravu budou užity následující vztahy [7]:

$$b = 2 \cdot m \cdot \delta \quad (39)$$

$$\delta = \zeta \cdot \Omega_0 \quad (40)$$

$$\omega = \eta \cdot \Omega_0 \quad (41)$$

$$\Omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (42)$$

Kde: δ - konstanta doznívání

ζ - poměrný útlum

η - činitel naladění

Pohybová rovnice získává následující tvar:

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot x = F_a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_z) \quad (43)$$

Pro ustálený stav (partikulární řešení) platí následující vztahy [7]:

$$x_{(t)} = x_{(a)} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_z - \varphi) \quad (44)$$

$$x_a = \frac{F_a}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2 \cdot \delta \cdot \omega)^2}} \quad (45)$$

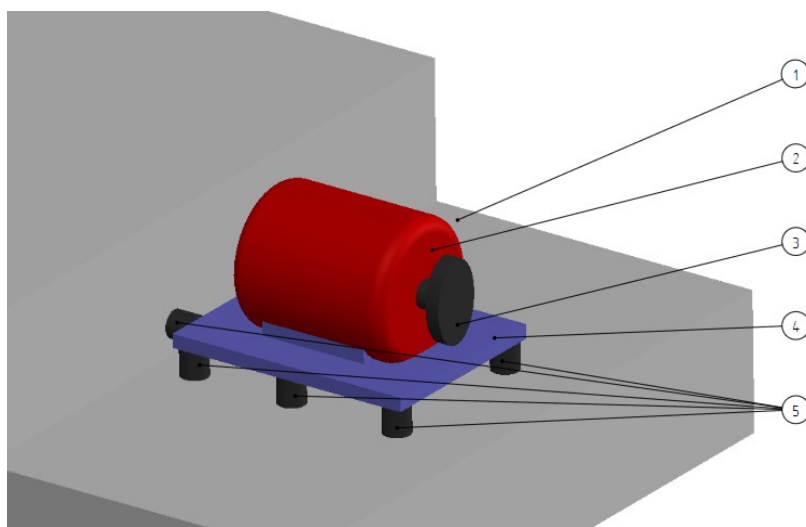
4. Pružné uložení strojů

Kmitání je využíváno na různých dopravních či třídících linkách. V těchto případech je snaha kmitání naladit na vlastní frekvenci dané strojní části tak, aby mohlo dojít k rezonanci. Tento jev, kterému se snažíme zpravidla vyhnout, je zde využit, protože při minimálním dodání energie získáme maximální kmitání dopravního nebo třídícího stroje.

Ovšem pomineme-li tento specifický případ, pak kmitání strojní součásti negativně ovlivňuje funkci stroje, jeho životnost a poruchovost. Také má vliv na komfort obsluhy pracovního stroje. Z těchto důvodů je žádoucí, aby bylo kmitání odstraněno.

U pracovního stroje je jeho závada lépe zpozorovatelná než u shodného pracovního stroje uchyceného pevně k rámu. Dojde-li k poruše, a tím k nárůstu produkovaných vibrací, pak díky pružnému uložení je možné tuto změnu zpozorovat. Zatímco v případě pevného uložení se bude porucha šířit a nárůst vibrací bude zpozorován až později, kdy budou vibrace (potažmo i porucha) silnější.

Obecně se předpokládá, že při řešení pružného uložení stroje je tuhé těleso umístěno na soustavu izolátorů, které mají dostatečnou tuhost a tlumení pro potlačení přenosu nežádoucích vibrací.



Obrázek 4 Schéma tlumené soustavy

1. Pevný podklad
2. Motor
3. Nevyvážený pracovní nástroj
4. Rám motoru
5. Vibroizolační elementy (pryžové pružiny)

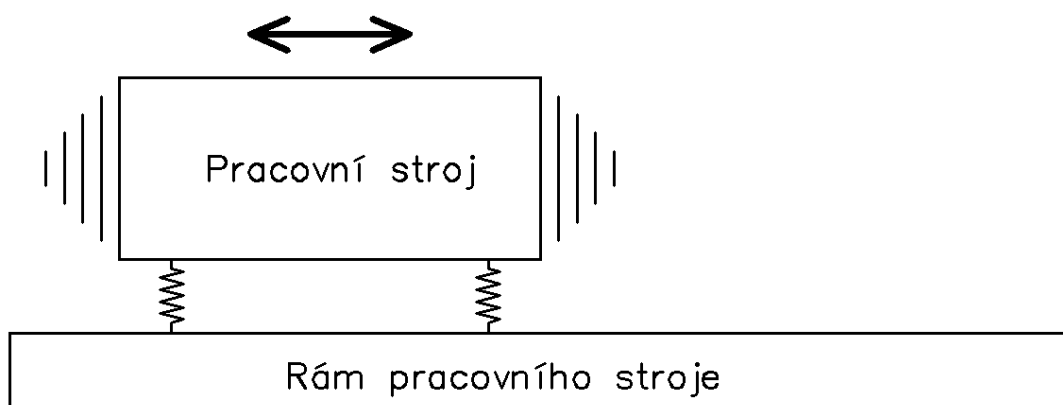
Jak je patrné z obrázku (obrázek č.4 na straně 23) k uložení stroje je využito více kusů tlumících elementů, jak bývá v technické praxi běžné.

4.1. Základní rozdělní pružného uložení

Pružné uložení stroje je možno rozdělit na dvě základní skupiny, a to podle požadovaného útlumu rušivých vibrací. Záleží, zda tyto vibrace produkuje pracovní stroj nebo okolí pracovního stroje.

4.1.1. Aktivní pružné uložení

Při aktivním uložení je zdrojem vibrací pracovní stroj, rám stroje je klidný, což je znázorněno na obrázku (obrázek č. 5 na straně 24). Pružné uložení zde slouží k zabránění přenosu vibrací od pracovního stroje do rámu a podkladu. Tento případ uložení je ve stojní praxi poměrně běžně využíván.

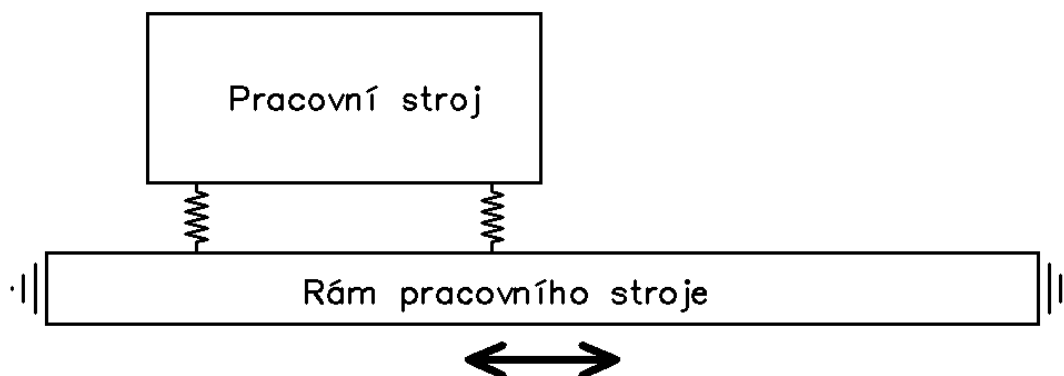


Obrázek 5 Aktivní pružné uložení

4.1.2. Pasivní pružné uložení

Jedná se o opačnou potřebu tlumení, kdy rám nebo základna je zdrojem vibrací a pracovní stroj je v klidu. Zde pružné uložení slouží k zabránění přenosu vibrací od rámu do pracovního stroje, jak je vidět na obrázku (obrázek č. 6 na straně 25).

Tohoto typu uložení se využívá u přesných měřicích přístrojů, aby nebyly ovlivněny okolím děním. V tomto případě nepříznivé kmitání nevzniká v pracovním stroji, ale může být způsobeno pohybem kolejových vozidel, ruchem na přilehlé silnici, nebo povahou chování okolních zařízení



Obrázek 6 Pasivní pružné uložení

4.2. Prostředky vibroizolace

Vibroizolační prostředky můžeme rozdělit do tří základních skupin, podle způsobu na jakém principu fungují.

- Pasivní prostředky vibroizolace
- Semi-aktivní prostředky vibroizolace
- Aktivní prostředky vibroizolace

4.2.1. Pasivní prostředky vibroizolace

Pasivní prostředky vibroizolace fungují, jak již napovídá jejich název, bez dodání energie nebo řízení jejich funkce. Pracují na principu disipace mechanické energie. Tedy budící síla stoje je pohlcena tlumícími elementy a je přeměněna na energii tepelnou. Takto pracují kovové, pryžové i jiné pružiny. Touto skupinou tlumících elementů se budeme v práci zabývat.

4.2.2. Semi-aktivní prostředky vibroizolace

Princip tlumení je obdobný jako u aktivních tlumících prostředků. Také nedochází k dodávání energie na tlumení, ovšem můžeme měnit vlastnosti tlumících elementů, aniž by bylo nutno provést jejich demontáž.

4.2.3. Aktivní prostředky vibroizolace

Oproti výše zmíněným prostředkům vibroizolace, jenž fungují bez dodání energie, maximálně s jejich aktivním ovládáním, zde je nutno s dodáním energie počítat.

Princip funkce spočívá ve vyvinutí síly v opačném směru, než ve kterém se právě pohybuje izolovaná součást. Tato síla se mění s ohledem na aktuální kmitání. Tento způsob vibroizolace je oproti předchozím prostředkům komplikovanější na realizaci a údržbu.

4.3. Pružné elementy používané k ukládání strojů

Pro pružné uložení pracovního stroje je možno využít různá konstrukční řešení a rozdílné pružné elementy. Při jejich volbě máme na výběr jak ze široké nabídky tvarů, tak uchycovacích prvků. Tyto pružné elementy se vyrábí z různých materiálů, přičemž každý má své specifické vlastnosti kterými se charakterizuje. Ty nejběžněji využívané materiály zde budou popsány.

4.3.1. Kovové pružiny

Výrobní program kovových pružin je poměrně široký, budeme se zabývat pouze kovovými pružinami nejběžněji užívanými pro ukládání strojů, což je šroubová pružina.



Obrázek 7 Ukázka využití šroubové pružiny na motorovém postřikovači

Pružina je navinuta z drátu, nejčastěji kruhového průřezu. Můžeme ji rozdělit na dva základní typy dle funkce:

- **Šroubová pružina tlačná** - její koncové závity jsou upraveny pro dokonalé dosednutí pružiny na tlačnou desku. Tyto koncové závity nemůžeme považovat za pracovní, pouze nám pomáhají uchytit součást v pracovní poloze.

- **Šroubová pružina tažná** – toto provedení již nemá nefunkční závit na obou koncích pružiny, ale poslední závit na obou stranách plynule přechází do uchycovacího oka či háku.

Šroubové pružiny jsou nejčastěji vyráběny válcového tvaru, mohou však být vyrobeny i ve tvaru komolého kužele a soudečku. Na obrázku (obrázek č.7 na straně 26) je vidět ukázka tlačné pružiny použité pro tlumení vibrací od spalovacího motoru postřikovače. Pružné oddělení vibrujícího motoru od rámu je v tomto případě kvůli komfortu obsluhy, která má postřikovač na zádech.

V některých případech jsou využívány kovové talířové pružiny. Vyznačují se zejména vyšší tuhostí a rozměrovou nenáročností. Jsou to kovové kroužky tvaru komolého kužele s vnitřním otvorem. Vhodnou kombinací tužších a méně tuhých talířových pružin lze dosáhnout požadované celkové tuhosti. Svým charakterem se využívají hlavně u pružného uložení těžkých strojů.

4.3.2. Pryžové pružiny

Pryžové pružiny se od kovových pružin značně odlišují nejen svým tvarem, ale především svými vlastnostmi. Materiálové vlastnosti nedovolují pryži její stlačování, pryž může být pouze přetvořena. Na tuto skutečnost je nutno myslet při navrhování zástavbového prostoru v okolí pružiny. Nebude-li nechán dostatečný prostor pro deformaci pryžové pružiny, pak nemůže plnit svou pružící a tlumící funkci v uložení stroje. Na obrázku (obrázek č.8 na straně 28) je vidět, že pryžová pružina má dostatek místa pro svou deformaci, neboť je umístěna do volného prostoru, kde není ničím omezována.

Oproti kovovým pružinám se ty pryžové vyznačují značnou disipací energie. Tedy jinými slovy, část energie kmitání je přeměněna na tepelnou energii, která je následně vyzářena do okolí. Díky této vlastnosti lze pryžové pružiny využít i jako tlumící elementy. Při jednom stlačení se 30 až 35 % energie dokáže utlumit. Tato skutečnost kladně působí při přecházení rezonančních otáček, kdy část energie je spotřebována v tlumících elementech a nemůže tak amplituda výchylky stoupnout k nekonečnu. Tento jev v reálném pracovním stroji nastat nemůže, neboť vždy tomuto stavu bude něco bránit. Kritická situace nastane, pokud aktuální výchylka přesáhne maximální dovolenou výchylku, při které by mohlo dojít jak k poškození samotného pracovního stroje, tak k poškození okolní zástavby stroje.

Kromě pozitivních vlastností pryžových pružin je vhodné zmínit její negativní vlastnosti, mezi ně patří její náchylnost na creep, kdy v průběhu času dochází k nárůstu deformace. Přičemž u pryží se tento jev projevuje nejvíce během prvních 24 hodin. Poté již tento jev nastává ve výrazně menším měřítku.



Obrázek 8 Ukázka využití pryžové pružiny na benzinovém generátoru

Životnost pryže ovlivňuje mnoho faktorů, před kterými je vhodné pryž chránit, pokud chceme prodloužit její životnost. Mezi tyto faktory můžeme zařadit:

- Působení UV záření
- Působení různých chemikálií (benzín, nafta, olej)
- Působení plynů (ozón)
- Vliv teploty (extrémně vysoké či nízké teploty)
- Nadměrné statické či dynamické namáhání

Všechny tyto nepříznivé vlivy, zejména jejich kombinace, mají za následek předčasné stárnutí pryží, což je signalizováno změnou mechanických vlastností, kdy pryžová pružina přestává plnit funkci, pro kterou byla navržena. Délku funkčnosti lze taky prodloužit jak ochranou před nepříznivými vlivy okolí, tak vhodným povlakem.

Pryžové pružiny jsou poměrně hojně využívány v automobilovém průmyslu, pro pružné uložení motoru, uložení náprav atd. Na trhu je k dostání široká škála nejrozličnějších tvarů a rozměrů. Liší se jak tvarem pryže, tak připojovacími prvky. Každý výrobce automobilu využívá pružiny, které jsou vyráběny speciálně pro jeho využití.

Vyrábějí se také univerzální tvary, jenž nejsou uzpůsobeny konkrétní značce a typu automobilu. Některé z těchto variant můžeme vidět na obrázku (obrázek č. 9 na straně 29).



Obrázek 9 Ukázka variant pryžových pružin

Jedná se o pryžové válce různých rozměrů, do nichž jsou zavulkanizovány kovové dosedací plochy, které jsou opatřeny buďto vnitřním či vnějším závitem. Tyto závity pak slouží k uchycení k rámu. Předmětem zkoumání budou univerzální pryžové pružiny.

Jakožto velmi zajímavé se ukazuje, že je významný rozdíl mezi statickými a dynamickými vlastnostmi pryžové pružiny. Tento rozdíl je zřejmý především u tuhosti stanovené statickou metodou a dynamickou metodou [5].

$$\frac{k_{\text{dynamická}}}{k_{\text{statická}}} = 0,9 \text{ až } 1,5 \quad (46)$$

Na tento rozdíl vlastností bude brána zřetel v následujících kapitolách, kdy se touto problematikou bude blíže zabýváno.

4.3.3. Vzduchové pružiny

Jedná se o pryžový vak, přepásaný kovovými obručemi. Pružina má pevné opěrné plochy a pružné stěny válce, které umožňují její deformaci. Pružina je naplněna vzduchem, přičemž množství vzduchu v pružině může být buďto pevně dáno nebo regulováno. Druhé varianty, kdy je aktivním řízením regulováno množství vzduchu, se využívá u konstrukce nákladních, případně užitkových vozů. Proto jsme schopni i přes změnu zatížení dosáhnout shodných vlastností odpružení.



Obrázek 10 Ukázka uložení automobilu na vzduchovou pružinu

U nízkopodlažních autobusů městské hromadné dopravy lze vidět, jak při zastavení na zastávce sníží svou světlou výšku a tedy také sníží nástupní hranu pro cestující. Tento pohyb je dán regulací vzduchu ve vzduchových pružinách. Této funkce bývá využíváno také u nákladních automobilů, kdy je nutno snížit světlost podvozku, nebo ji naopak zvýšit. Využití této pružiny je vidět na obrázku (obrázek č.10 na straně 30), kde je v pozadí i kolo nákladního automobilu, které je tímto způsobem pružně uloženo.

4.3.4. Korkové podložky

Korek se využívá ve formě desek. Desky o různých tloušťkách se vkládají mezi podklad a základnu stroje. Tloušťka desky ovlivňuje pružné a tlumící vlastnosti užitých podložek, ale také má vliv na stabilitu stroje. Bude-li zvolena příliš velká tloušťka korkových desek, může nastat stav, kdy stroj bude uložen nestabilně.

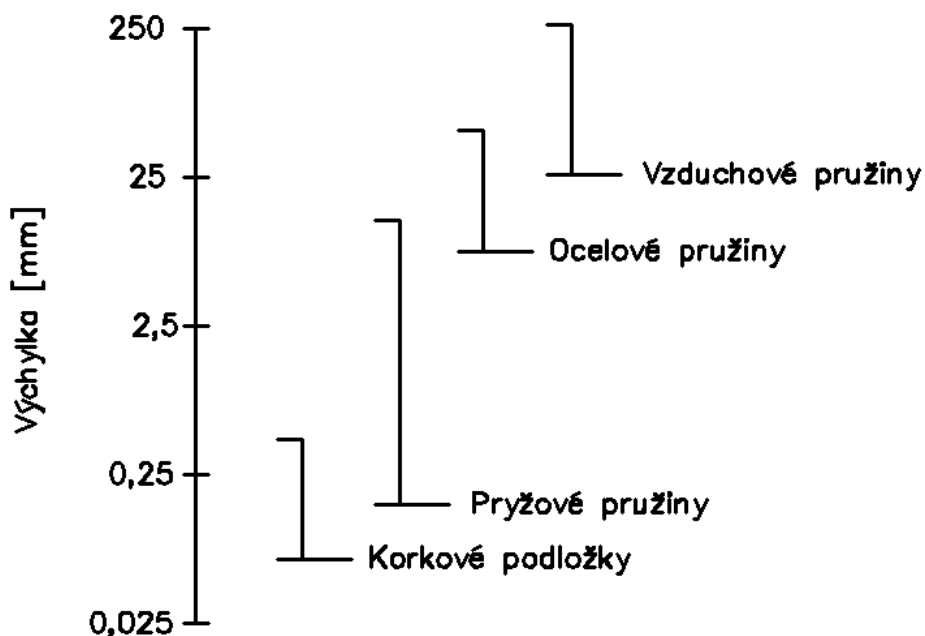
Korkové podložky se již používají spíše okrajově, jejich význam byl v minulosti.

4.3.5. Uložení do půdy

Toto uložení je bezesporu konstrukčně velmi jednoduché, neboť pracovní stroj se umístí přímo na rostlou či strojně udusanou půdu. Ovšem tato aplikace není ve strojní praxi nijak běžná. Tento případ nastává především ve stavebnictví, kdy je nutno řešit pasivní pružné uložení (jenž bylo popsáno v kapitole 4.1.2 na straně 24).

4.4. Volba vhodného pružného elementu

Při volbě vhodného pružného elementu máme na výběr z několika nejběžněji užívaných možností. Liší se svými vlastnostmi a nelze je mezi sebou vzájemně zaměňovat.



Obrázek 11 Rozsah aplikace daného pružného elementu

Při volbě vhodného materiálu pro pružné uložení stroje se bere v potaz také hodnota statické deformace pružného elementu. Pro určení vhodného materiálu lze vycházet z obrázku (obrázek č. 11 na straně 31 [2]).

Volba vhodného pružného elementu je také ovlivněna konstrukční zástavbou, funkčností a připraveností kontaktních ploch pro uchycení.

5. Metody určení vlastností pružných elementů

V následující části práce bude detailně popsáno několik přístupů k popsání mechanických vlastností pružných elementů. Každý přístup je podepřen reálným měřením a jeho následným vyhodnocením. Výsledky budou uvedeny a vzájemně porovnány.

5.1. Statické určení tuhosti

Jedna z nejjednodušších cest, jak určit tuhost zkoumaných pružných elementů, je změřit jejich statickou tuhost. Tímto měřením získáme pouze jednu hodnotu tuhosti, jež velmi málo vypovídá o skutečných vlastnostech materiálu, protože nebere v potaz měnící se vlastnosti pružného prvku vzhledem k měnící se frekvenci. Pro statické aplikace, kde není nutno počítat s různou budící frekvencí, lze tento postup uvážit jako dostatečný.

5.1.1. Popis měřených vzorků

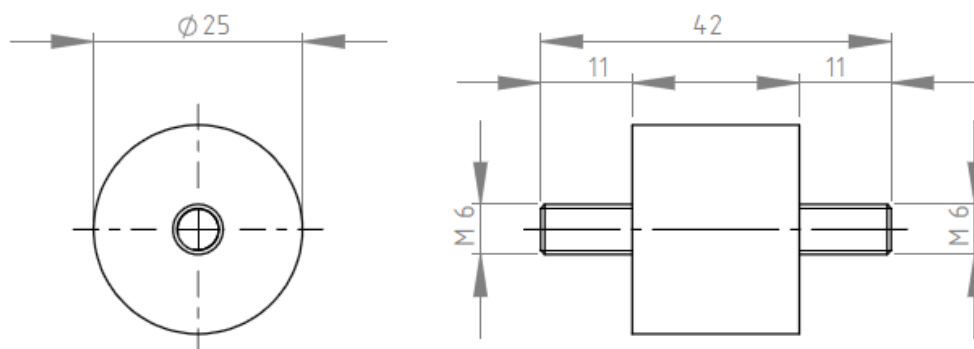
Předmětem zkoumání jsou tři pryžové pružiny. Jejich čelní plochy jsou vyztuženy kovovým plechem, aby byl lépe zajištěn přenos sil mezi uchycením pružiny a samotným pryžovým jádrem.



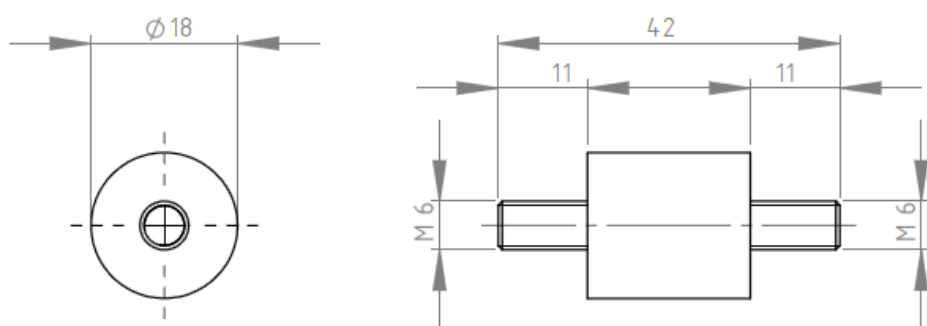
Obrázek 12 Pryžové pružiny

Jak je patrné na obrázku (obrázek č.12 na straně 33), zkoumané pružiny jsou vzájemně odlišeny barevně. V následném textu budou pružiny nazývány: pružina 1 (žlutá), pružina 2 (zelená) a pružina 3 (červená).

Pružiny 2 a 3 jsou rozměrově shodné, liší je jen materiálem pryže. Pružina 1 se liší průměrem pryžové části. Pro připojení pružiny k rámu a motoru jsou obě strany opatřeny závity M6. Závity jsou shodné na obou stranách pružin, přičemž jsou na všech zkoumaných pružinách, což je výhodné pro jejich snadnou zaměnitelnost při jednotlivých měřeních.



Obrázek 13 Rozměry pryžových pružin 2 a 3



Obrázek 14 Rozměry pryžové pružiny 1

5.1.2. Popis měřící aparatury

Na obrázku (obrázek č. 16 na straně 36) je znázorněno, jak bylo připraveno pracoviště pro změření statické tuhosti pružných elementů.

Na rameno nosného rámu je zavěšen úchyt pro pryžovou pružinu. Aby bylo možno pružinu zavěsit, byly na její připojovací závity našroubovány háky. Mezi jeden z háků a kovovou plochou pryžové pružiny byla vložena kruhová deska, jak je vidět na obrázku (obrázek č. 15 strana 35). Tato deska bude následně sloužit jako dotyková plocha pro hrot úchylkoměru. Takto sestavená pružina byla zavěšena na rameni nosného rámu pomocí jednoduchého závěsu.

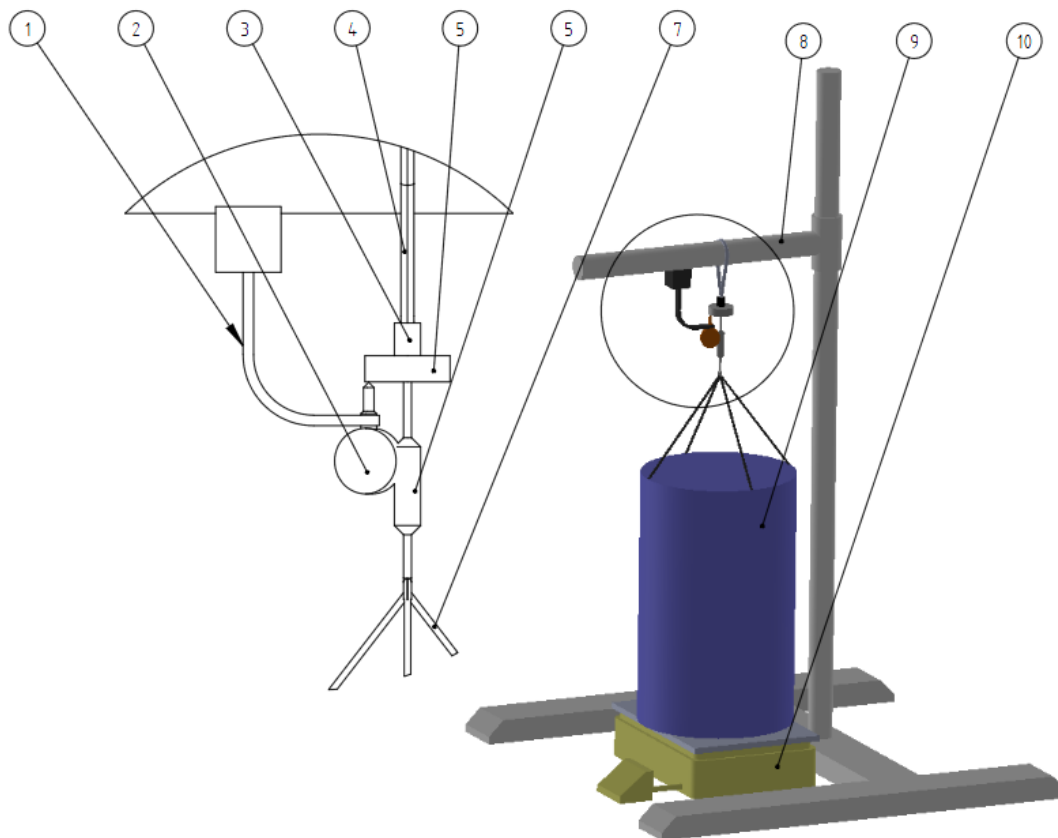


Obrázek 15 Příprava pryžové pružiny pro zatěžování statickou silou

Pod ramenem nosného rámu byla umístěna váha se závažím. Závaží je přes napínací mechanismus zavěšeno na volném konci pružiny. Úchylkoměr je na magnetickém stativu ustaven na rameni nosného rámu. Hrot úchylkoměru je nastaven k spodnímu okraji kruhové desky pryžové pružiny.

5.1.3. Schéma měřené soustavy

Na následujícím obrázku (obrázek č. 16 na straně 36) je zobrazeno, jak byla připravena sestava pro měření statické tuhosti.



Obrázek 16 Schéma měření statické tuhosti

Popis sestavy

1. Stojan úchylkoměru
2. Úchylkoměr (DKP 671/6063)
3. Zkoumaná pryžová pružina (červená, zelená, žlutá)
4. Zavěšení pružiny
5. Podložka pro měření deformace
6. Napínací mechanismus
7. Zavěšení závaží
8. Nosný rám
9. Závaží (56 kg)
10. Váha

5.1.4. Popis měření statické tuhosti

Po sestavení soustavy, jak je znázorněno na obrázku (obrázek č. 16 na straně 36), bylo napínacím mechanismem provedeno předeptnutí pružiny. Úchylkoměr, který byl použit pro měření, kladl jistý odpor proti stlačení hrotu. Tedy pokud by byl přiložen k měřicí desce nezátížená pružina, snadno by ji vychýlil, aniž by zaznamenal stlačení. Po napnutí pružiny byl již odpor úchylkoměru zanedbatelný.

Pomocí napínacího mechanismu bylo postupně zvedáno, respektive pozvedáváno závaží umístěné na váze. Ke zvednutí nedošlo, neboť dochází k deformaci pryžové pružiny. Napínání závěsu bylo prováděno v krocích, kdy v každém kroku byly zaznamenány hodnoty deformace pružiny a hodnoty, o kolik bylo odlehčeno závaží. Zaznamenávání bylo prováděno jak při zvyšující se zátěži, tak i při snižující se zátěži.

Tímto postupem byly získány série hodnot pro každou ze zkoumaných pružin.



Obrázek 17 Odečítání prodloužení pružiny

Jak je patrné z obrázku (obrázek č. 17 na straně 37), úchylkoměr byl umístěn na rameni nosného rámu pomocí vestavěného magnetu (dvoubarevnou páskou byl pouze jištěn proti náhodnému při selhání magnetu). Tedy v každém kroku, kdy byla zvýšena zátěž bylo možno odečíst aktuální deformaci pružiny.

5.1.5. Stanovení statické tuhosti

I přes to, že byla vložena kruhová deska pro odečítání deformace a bylo provedeno částečné předpětí pružiny, naměřené hodnoty obsahují jistou chybu měření. Tuto chybu lze částečně eliminovat vhodným zpracováním hodnot.

Vzhledem k tomu, že hodnota předpětí byla určena tak, aby napínací síla byla dostatečná k vykompenzování síly potřebné ke stlačení hrotu úchylkoměru, není tedy známa hodnota, o kolik byla pružina deformována. Hodnotu, o kolik byla pružina předeprnuta, určíme aproximací tak, aby výsledná tuhost měla co nejnížší relativní chybu.

Postup výpočtu:

1. Určení zatěžující síly

Známe celkovou hmotnost závaží, tedy odečteme odlehčenou hmotnost pro daný krok měření.

$$F_i = (m_{\text{celková}} - m_i) \cdot g \quad (47)$$

Kde: F_i - zatěžující síla v kroku i
 $m_{\text{celková}}$ - celková hmotnost závaží
 m_i - hmotnost odečtená v kroku i
 g - gravitační zrychlení

2. Odhadneme předpětí

S ohledem na předpokládanou tuhost se odhadne interval předpětí (pro pružinu 1 to je 0,5 – 2,5 mm).

3. Určení dílčí tuhosti

Určí se dílčí tuhosti pro jednotlivé kroky měření pro kraje intervalu.

$$k_{iA} = \frac{F_i}{x_{iA}}, k_{iC} = \frac{F_i}{x_{iC}} \quad (48)$$

Kde: k_{iA} - dílčí tuhost pro kraj intervalu (A) v kroku i
 k_{iC} - dílčí tuhost pro kraj intervalu (C) v kroku i
 x_{iA} - dílčí deformace pro kraj intervalu (A) v kroku i
 x_{iC} - dílčí deformace pro kraj intervalu (C) v kroku i

4. Podmínka zúžení

Pomocí metody nejmenších čtverců se určí odchylka od střední hodnoty v daném intervalu. Dle pravidel půlení intervalu se upraví nový interval.

5. Ukončení iterace

Interval je půlen, dokud rozdíl dvou posledních iterací není nižší než 2 %.

5.1.6. Výpočet odchylky

Vypočtená průměrná hodnota statické tuhosti nám jen velmi málo vypovídá o kvalitě naměřených hodnot a nelze na ni pohlížet dostatečně spolehlivě. Proto je nutno určit chybu měření. Může stanovit absolutní chybu či lépe vypovídající relativní chybu.

Absolutní chybu určíme ze vztahu:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}} \quad (49)$$

Kde: $\bar{\sigma}$ - absolutní chyba

x_i - i-tý člen

\bar{x} - průměrná hodnota

N - počet hodnot

Výslednou hodnotu pak uvádíme ve tvaru:

$$\bar{x} \pm \bar{\sigma} \quad (50)$$

Následně pak můžeme určit absolutní chybu jako podíl absolutní chyby a aritmetického průměru. Chceme-li chybu uvádět v procentech, je nutno podíl vynásobit stem [10].

Tedy:

$$\xi = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{x}} \cdot 100 [\%] \quad (51)$$

Kde: ξ - relativní chyba

Výslednou hodnotu pak uvádíme ve tvaru:

$$\bar{x} \pm \xi \quad (52)$$

Výpočet tuhosti byl prováděn v programu MS EXCEL, kde pro výpočet absolutní chyby je funkce =STDEVA(). Tato funkce nám vrátí relativní chybu z vybrané oblasti hodnot.

5.1.7. Hodnoty statické tuhosti

Výsledné hodnoty statické tuhosti jsou uvedeny v následující tabulce, kde jsou hodnoty včetně absolutních a relativních chyb měření.

	Pružina 1	Pružina 2	Pružina 3
Absolutní chyba	$34 \pm 0,59 \text{ N/mm}$	$49 \pm 1,88 \text{ N/mm}$	$234,6 \pm 15,13 \text{ N/mm}$
Relativní chyba	$34 \text{ N/mm} \pm 1,73\%$	$49 \text{ N/mm} \pm 3,84\%$	$234,6 \text{ N/mm} \pm 6,53 \%$

5.1.8. Závěr, statická tuhost

Měření statické tuhosti bylo provedeno jako prvotní zjištění vlastností pryžových pružin.

Pro každou ze zkoumaných pružin se provedlo odčítání hodnot deformace při zatěžování a posléze při odlehčování. Tyto hodnoty byly následně zpracovány a určeny statické tuhosti. Byly určeny taktéž absolutní a relativní odchylky měření.

Měření statické tuhosti splnilo požadované cíle. Byla jednoduchou metodou stanovena tuhost materiálu.

I přes to, že dynamická tuhost se od statické tuhosti v případě pryže značně liší, dává nám toto měření další údaj popisující vlastnosti daného materiálu.

Při následných měřeních dynamické tuhosti již je přibližně stanovena hodnota, z níž bychom měli vycházet. Tedy i přes svou zdánlivou jednoduchost je toto měření přínosem pro dokonalejší popis vlastností daného materiálu.

5.2. Dynamické určení tuhosti, metoda s volným závažím

Závislost mezi tuhostí tlumícího elementu a budicí frekvencí nemusí být vždy konstantní hodnota, jak bylo určeno v předchozím měření. Je nutno tuto závislost určit, přičemž závislost ovlivňuje jak geometrický tvar tlumícího prvku, tak materiálové vlastnosti pružného elementu.

5.2.1. Popis měřící soustavy

Na obrázku (obrázek č.18 na straně 42) je znázorněno, jak byla připravena sestava pro měření dynamické tuhosti.

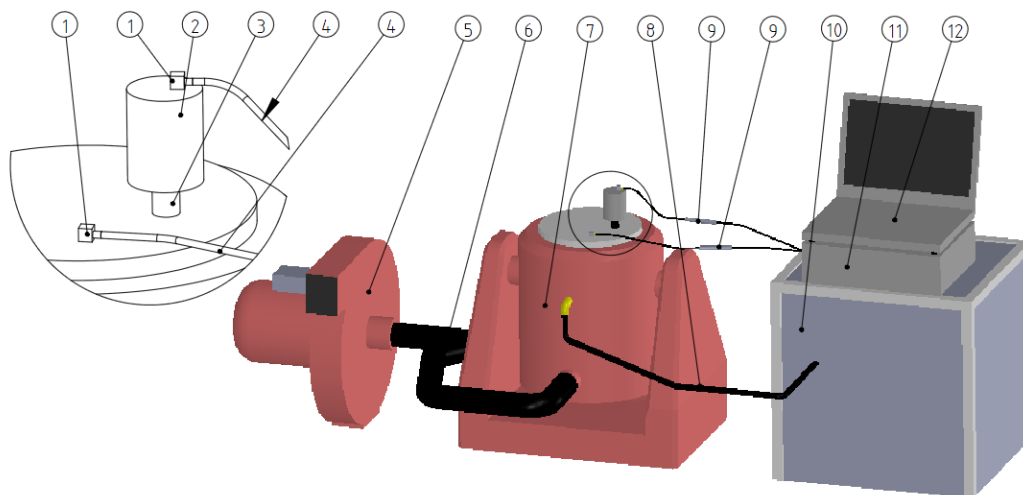
K budiči je připojeno aktivní chlazení, což je ventilátor, který je stabilně připojen. Na aktivní desku budiče byla přišroubována zkoumaná pryžová pružina. Vzhledem k tomu, že v desce budiče jsou připraveny závitové díry M6, které odpovídají připojovacím závitům našich pružin, byla montáž bezproblémová. Na volný konec pružiny se našroubovalo závaží. Hmotnost závaží se měnila pro každé měření.

K vyhodnocování měření byly využity dva akcelerometry. Jeden z nich byl přišroubován k aktivní desce budič, druhý akcelerometr byl umístěn na horní plochu závaží. Vzhledem k tomu, že na závaží nejsou připraveny závitové díry, jak je tomu u desky budiče, byl akcelerometr přilepen včelím voskem.

Po sestavení celé soustavy je již možné pomocí propojovacích kabelů připojit akcelerometry k analyzátoru. Akcelerometry bylo nutno zapojit přes předzesilovače. Budič byl zapojen do výkonového zesilovače, zde bylo zapojeno i jeho chlazení. Výkonový zesilovač byl propojen s analyzátozem.

5.2.2. Schéma měřicí soustavy

Na následujícím obrázku (obrázek č.18 na straně 42) je schéma soustavy pro měření dynamické tuhosti.



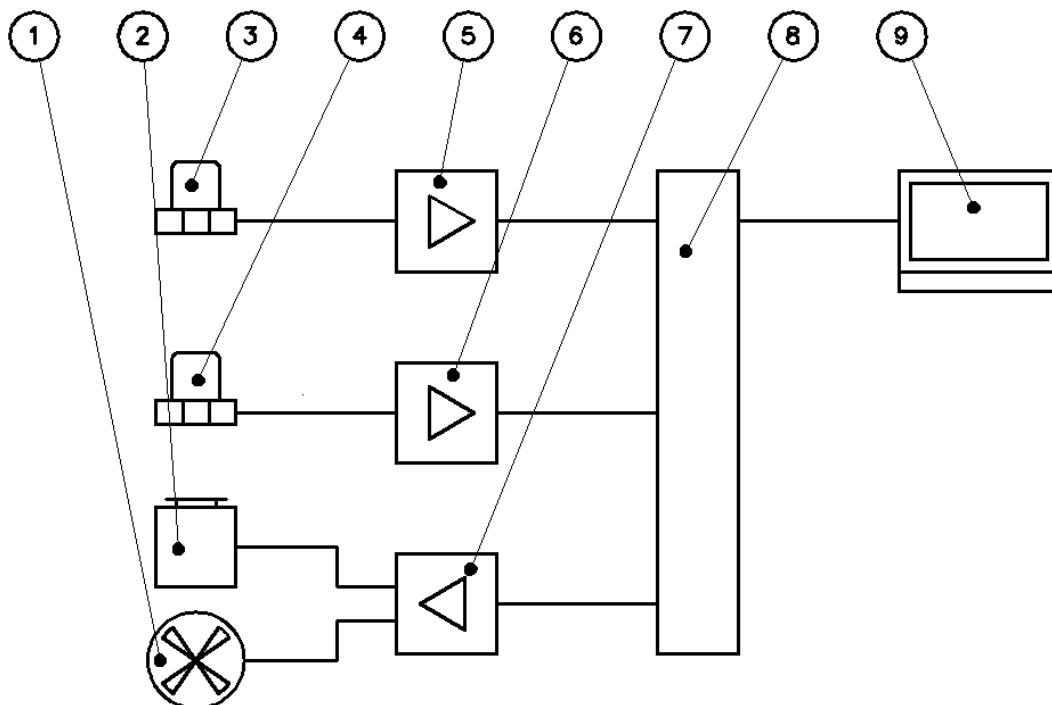
Obrázek 18 Schéma zapojení měřicí soustavy

Popis sestavy

1. Akcelerometr
2. Závaží
3. Pryžová pružina
4. Kabel k akcelerometru
5. Chlazení (ventilátor)
6. Hadice k chlazení
7. Budič
8. Kabel k budiči
9. Předzesilovač
10. Výkonový zesilovač
11. Analyzátor (PULS)
12. PC

5.2.3. Zapojení analyzátoru

Na následujícím obrázku (obrázek č. 19 na straně 43) je schematické zapojení analyzátoru.



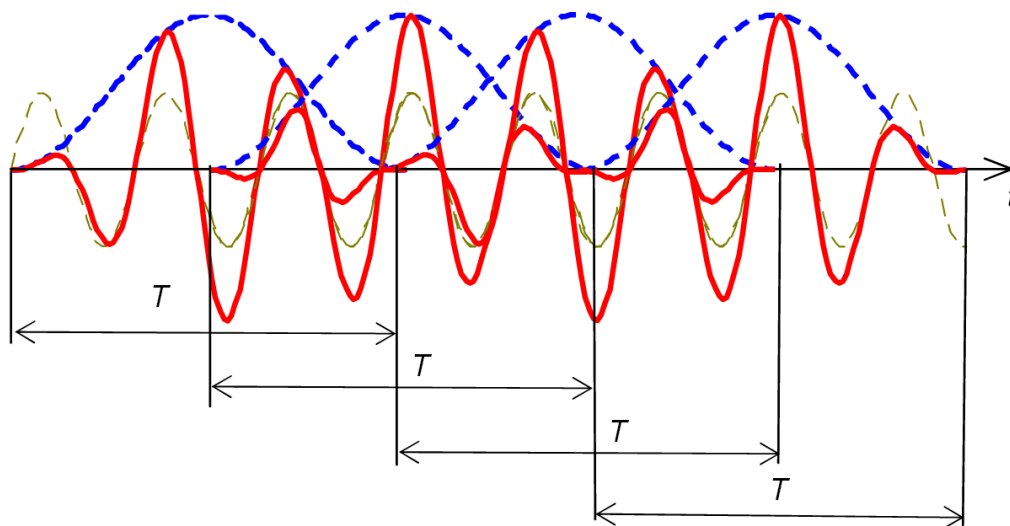
Obrázek 19 Zapojení analyzátoru při měření dynamické tuhosti

Popis zapojení:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1. Ventilátor | |
| 2. Budič | Brüel & Kjær LDS V455 |
| 3. Jednoosý akcelerometr | Brüel & Kjær 4374 |
| 4. Jednoosý akcelerometr | Brüel & Kjær 4374 |
| 5. Nábojový zesilovač | Brüel & Kjær 2647A |
| 6. Nábojový zesilovač | Brüel & Kjær 2647A |
| 7. Výkonový zesilovač | Brüel & Kjær LPS PA 1000L |
| 8. Čtyřkanálový analyzátor | Brüel & Kjær PULSE |
| 9. Počítač | |

5.2.4. Nastavení analýzy

Při tomto měření byl nastaven zdroj signálu bílý šum, tedy náhodný signál v rozsahu 0 až 1600 Hz. Nastaveno bylo 200 čar, jedna hodnota pro každých 8 Hz rozsahu. Jako váhové okno bylo zvoleno Hanningovo. Nastaveno je 100 lineárních průměrů s 50% překrytím oken.



Obrázek 20 Průměrování Hanningovým oknem s 50% překrytím

Vzhledem ke konstrukci použitých měřicích akcelerometrů, které pracují pouze s dynamickými hodnotami, byl nastaven filtr měření 7 Hz, data pod touto hranicí nebyla měřena.

5.2.5. Kalibrace akcelerometrů

Před samotným měřením bylo nutno použité akcelerometry kalibrovat, kalibračním budičem a následně sladit vůči sobě.

První akcelerometr byl přiložen k normovacímu budiči Brüel & Kjær 4294 (obrázek č. 21 na straně 45), přičemž hodnota, jenž byla následně změřena, musí odpovídat normované hodnotě, na kterou je budič kalibrován. Doladění jemné nepřesnosti se provedlo změnou citlivosti snímače oproti hodnotě, kterou udává výrobce.

Dále bylo nutno vzájemně kalibrovat akcelerometry tak, aby udávaly shodné výsledky, díky čemuž bylo možno vzájemné výsledky z obou akcelerometrů srovnávat. Proto byly oba akcelerometry umístěny na budič pokud možno co nejbližší k sobě. Tímto byla eliminována chyba, která by mohla vzniknout deformací horní desky budiče a tím by



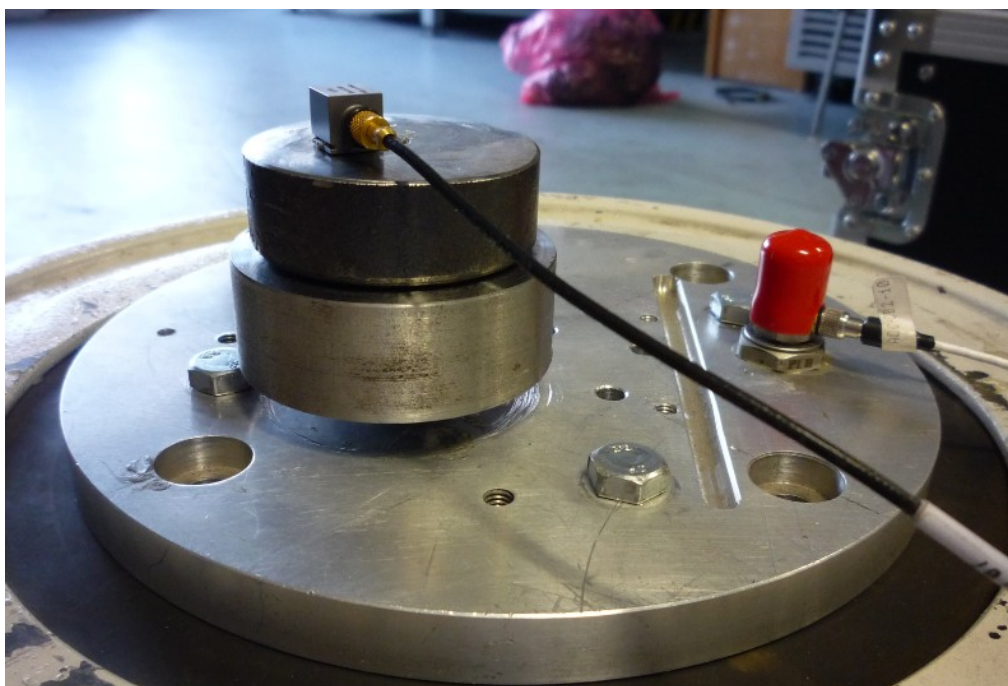
Obrázek 21 Budič pro kalibraci akcelerometrů

docházelo k rozdílnému buzení. Umístěním obou akcelerometrů těsně vedle sebe je tento vliv omezen na minimum. Po provedení kontrolního měření, kdy na aktivní desce budiče byly umístěny jen akcelerometry, bylo možno srovnat rozdíl v naměřených datech, rozdílnost byla upravena změnou citlivosti akcelerometru.

5.2.6. Měření tuhosti

Příprava na měření v tomto případě obnášela přípravu závaží. Aby závaží při pohybu nezpůsobovala kmitání v jiném než přímém směru, byl kladen důraz na jejich osovou symetrii. Tedy plná kovová tyč byla nařezána na několik závaží. První závaží, které se šroubovalo přímo na přípojovací závit pryžové pružiny, je opatřeno závitovou dírou M6. Další závaží byla ve středu provrtána, aby bylo možno vložit šroub a sešroubovat tak více závaží v jedno o větší hmotnosti.

Na aktivní desce byla přišroubována pryžová pružina. Na její volný konec se přišroubovalo první závaží se závitovou dírou. Poté se již mohly umístit oba akcelerometry.



Obrázek 22 Umístění závaží na aktivní desku budiče

Následně se spustil budič a také analýza. Měření na každé pružině probíhalo postupně se třemi závažími. Po každém měření se demontoval akcelerometr, umístěn na horní ploše závaží, a následně se upevnilo další závaží. Opět se přilepil akcelerometr na horní plochu pomocí včelího vosku, jak je vidět na obrázku (obrázek č. 22 na straně 45). Shodně bylo postupováno i při dalším měření.

Hmotnost závaží mohla být zvyšována pouze úměrně dané tuhosti pružin. Bylo-li na pružinu umístěno závaží o příliš velké hmotnosti, statické zatížení vedlo ke ztrátě stability a závaží se naklonilo. S takto přetíženou pružinou nebylo možno provádět měření.

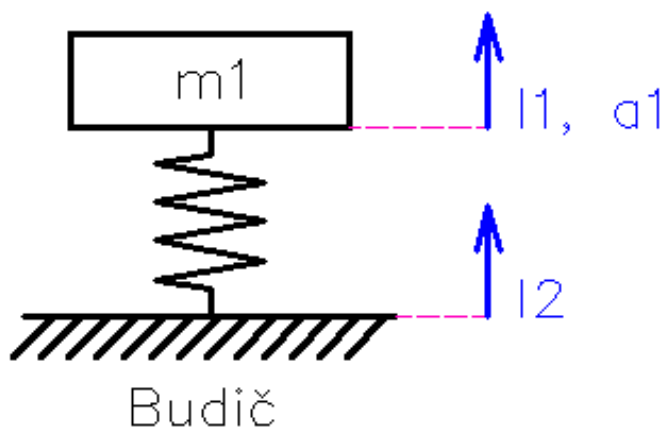
Po provedení měření se třemi různými závažími byl proveden shodný postup i se zbylými pružinami. Následně byla upravena hodnota zesílení na výkonovém zesilovači, zapojeném do budiče. Po snížení budicí síly byla získána nová a částečně odlišná data. Celkem bylo provedeno osmnáct měření pro tři pryžové pružiny.

5.2.1. Odvození tuhosti

Na obrázku (obrázek č.23 na straně 46) je znázorněno schéma pro měření dynamické tuhosti pružiny. Jedná se o jednoduchý model kmitání s jedním stupněm volnosti.

Pružina je na jedné straně uchycena do základny, což v našem případě je deska budiče, a na druhém konci je připevněno závaží. Z tohoto obrázku tedy můžeme určit směrnou sílu v pružině jako součin její tuhosti a jejího prodloužení. Tedy:

$$F_d = k \cdot \Delta l \quad (53)$$



Obrázek 23 Schéma určení tuhosti pružiny

Direkční sílu můžeme také vyjádřit jako součin hmotnosti závaží, a zrychlení tohoto závaží. Potom můžeme předchozí vzorec takto upravit.

$$k = \frac{a_1 \cdot m_1}{\Delta l} \quad (54)$$

Ve vztahu pro určení dynamické tuhosti uvažujeme s rozdílem výchylek Δl mezi výchylkou snímanou na desce budiče a výchylkou snímanou na závaží. Ovšem vzhledem k vlastnostem pryže je nutno uvažovat s fázovým natočením těchto dvou výchylek. Za předpokladu, že známe úhel φ , který je svíráán mezi jednotlivými směry výchylek, je možno určit jejich skutečný rozdíl s ohledem na různou fázi.

Z obrázku (obrázek č.24 na straně 48) můžeme vyjádřit rozdíl výchylky odečtené na budiči a výchylky odečtené na měřeném vzorku v jednotlivých složkách.

$$\Delta l_x = x_1 - x_2 \quad (55)$$

$$\Delta l_y = y_1 - y_2 \quad (56)$$

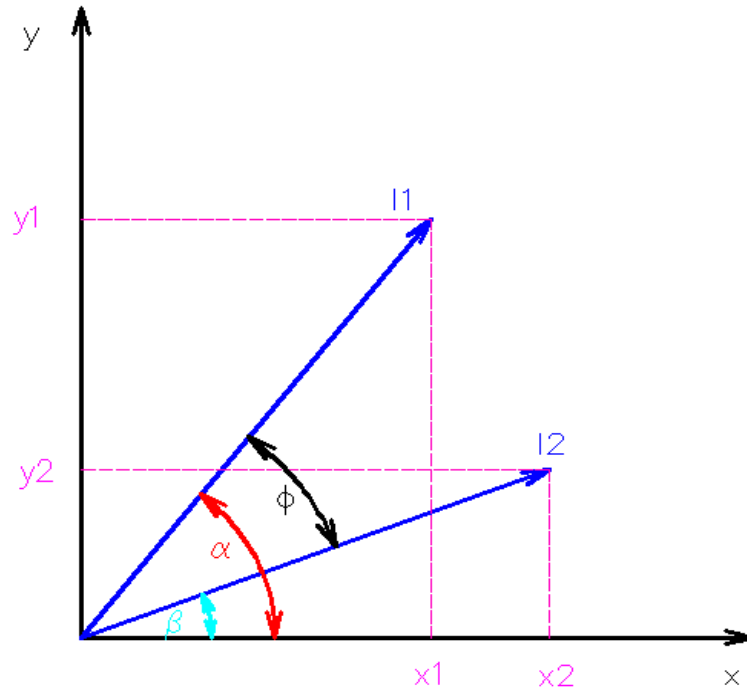
Celková výchylka je dána jako odmocnina součtu čtverců složky v x ovém a y ovém směru.

$$\Delta l = \sqrt{\Delta l_x^2 + \Delta l_y^2} \quad (57)$$

Obě složky výchylky vyjádříme pomocí goniometrických funkcí tak, abychom s nimi mohli dále pracovat.

$$\Delta l_x = l_1 \cos(\alpha) - l_2 \cos(\beta) \quad (58)$$

$$\Delta l_y = l_1 \sin(\alpha) - l_2 \sin(\beta) \quad (59)$$



Obrázek 24 Schéma fázového posuvu

Dosadíme rovnice pro součet obou složek výchylky a upravíme.

$$\Delta l = \sqrt{(l_1 \cos(\alpha) - l_2 \cos(\beta))^2 + (l_1 \sin(\alpha) - l_2 \sin(\beta))^2} \quad (60)$$

$$\Delta l = \sqrt{l_1^2 \cos^2(\alpha) - 2 l_1 l_2 \cos(\alpha) \cos(\beta) + l_2^2 \cos^2(\beta) + l_1^2 \sin^2(\alpha) - 2 l_1 l_2 \sin(\alpha) \sin(\beta) + l_2^2 \sin^2(\beta) +} \quad (61)$$

$$\Delta l = \sqrt{l_1^2 (\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha)) + l_2^2 (\cos^2(\beta) + \sin^2(\beta)) - 2 l_1 l_2 (\cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta))} \quad (62)$$

Pro zjednodušení výrazu budou využity následující funkce:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \quad (63)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \quad (64)$$

Po dosazení:

$$\Delta l = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2 l_1 l_2 \cos(\alpha - \beta)} \quad (65)$$

Dále se uvažuje, že fázový posuv φ je dán rozdílem úhlů určujících sklon jednotlivých vektorů.

$$\varphi = \alpha - \beta \quad (66)$$

Dosadíme-li do rovnice (65), dostáváme vztah pro určení rozdílů výchylek, které byly změřeny na budiči a výchylek změřených na měřeném vzorku, vzhledem k fázi jednotlivých výchylek.

$$\Delta l = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2 x_1 x_2 \cos(\varphi)} \quad (67)$$

Dosadíme-li do rovnice (54) získáme výsledný vztah pro výpočet dynamické tuhosti.

$$k_{(\omega)} = \frac{a_1 \cdot m_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2 x_1 x_2 \cos(\varphi)}} \quad (68)$$

Kde:

a_1 - zrychlení závaží

m_1 - hmotnost závaží

x_1 - výchylka závaží

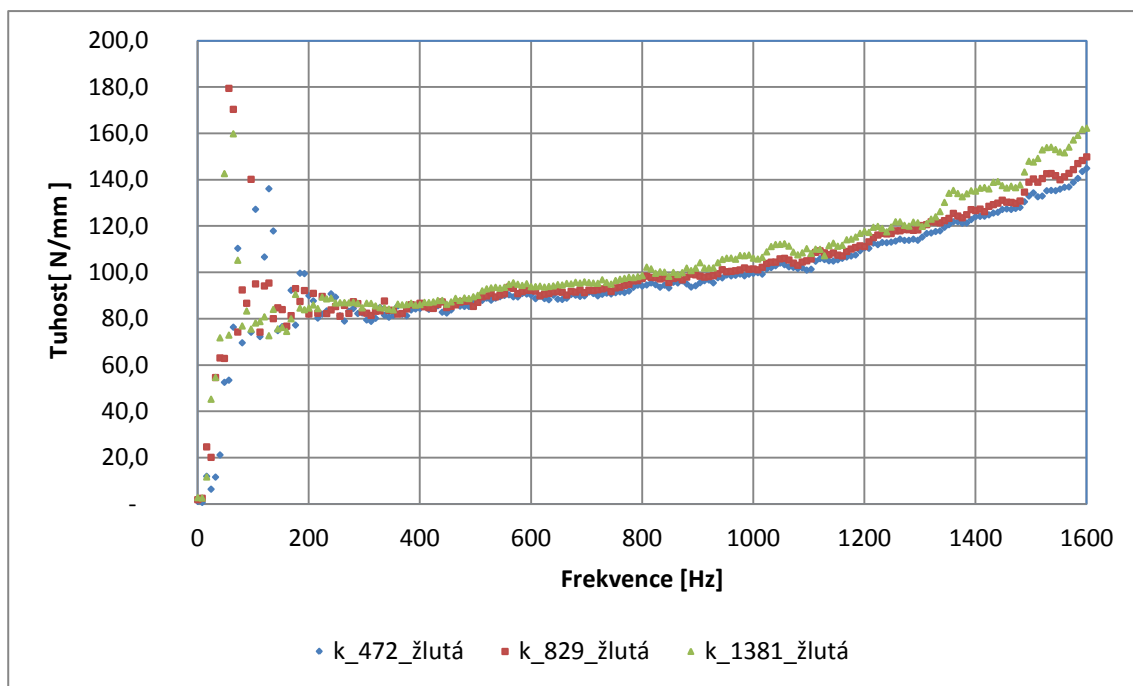
x_2 - výchylka budiče

φ - úhel fázového natočení výchylek

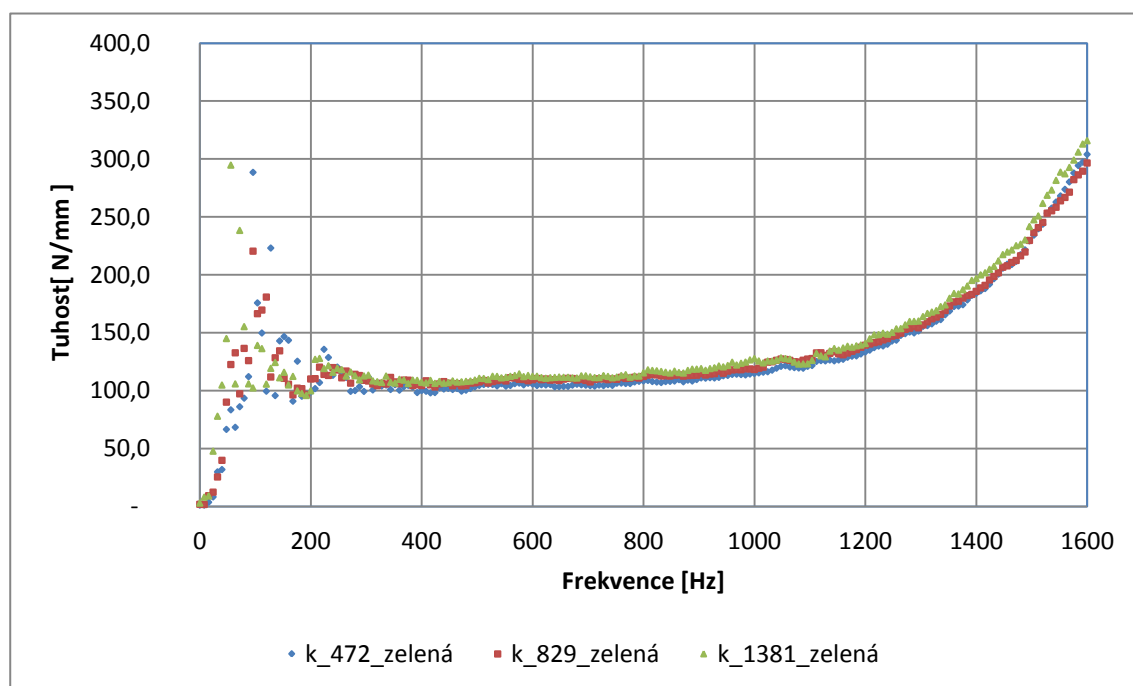
5.2.2. Určení dynamické tuhosti

Data jednotlivých měření byla vyexportována a následně zpracována v programu EXCEL.

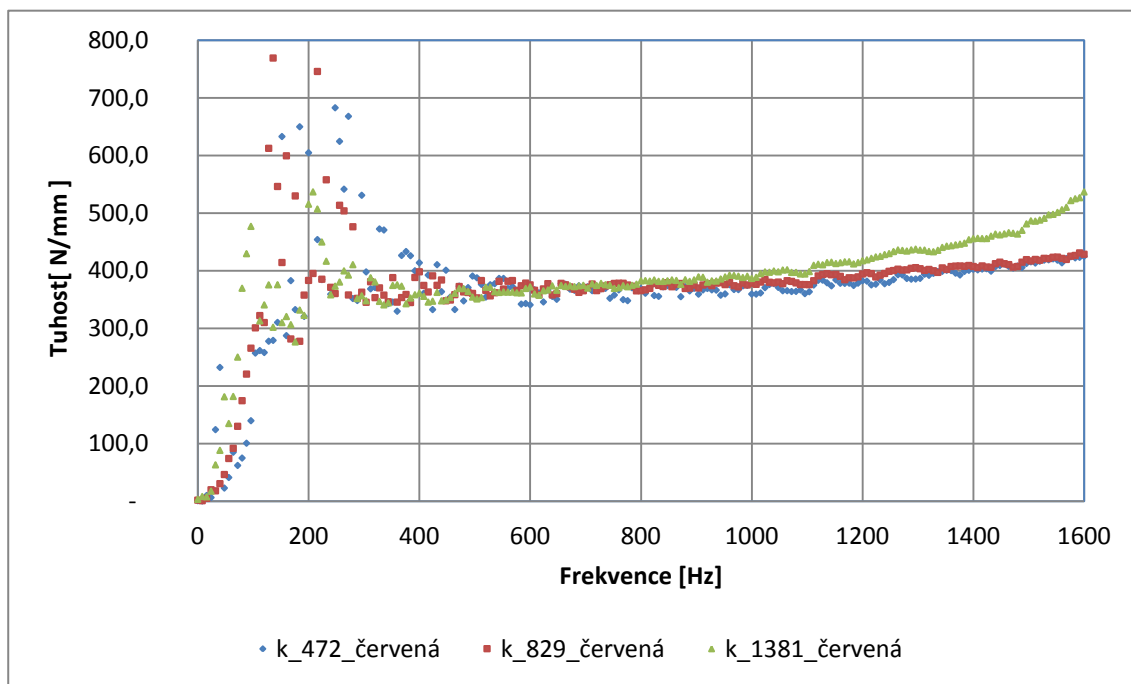
Dle vztahu, který byl odvozen výše, lze stanovit dynamickou tuhost materiálu. Data výchylek, zrychlení a fázového natočení nám jsou známa pro jednotlivé frekvenční složky. Tedy po dosazení do vztahu (68) je možno vykreslit tuto závislost v grafech.



Graf 1 Dynamická tuhost pružiny 1



Graf 2 Dynamická tuhost pružiny 2

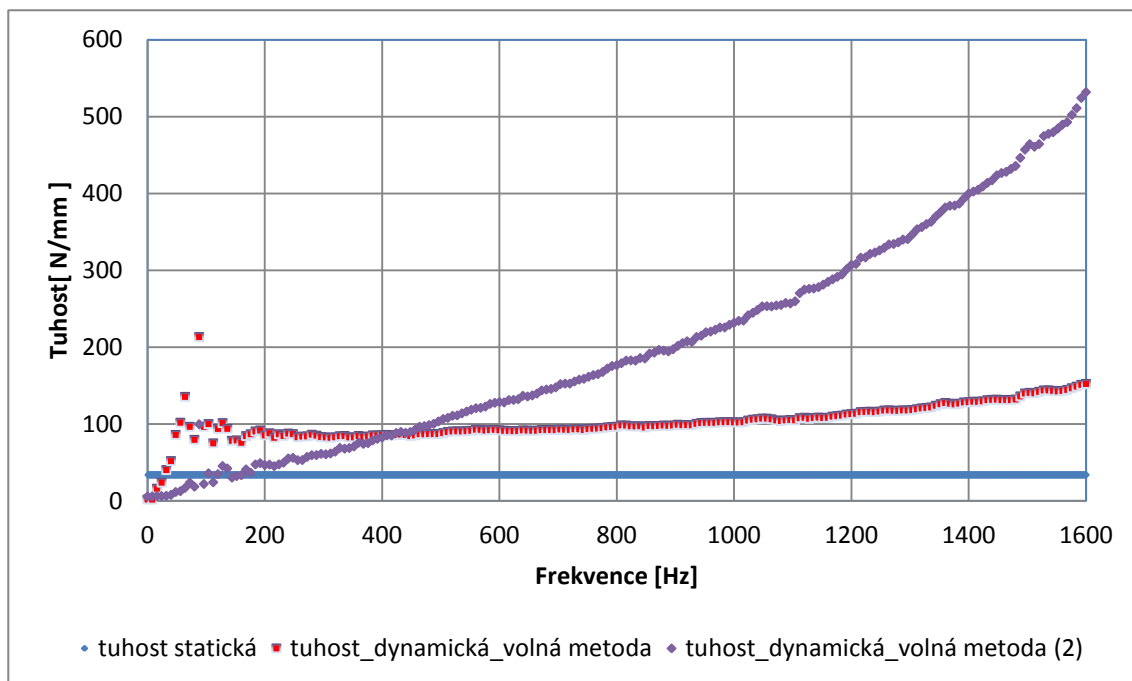


Graf 3 Dynamická tuhost pružiny 3

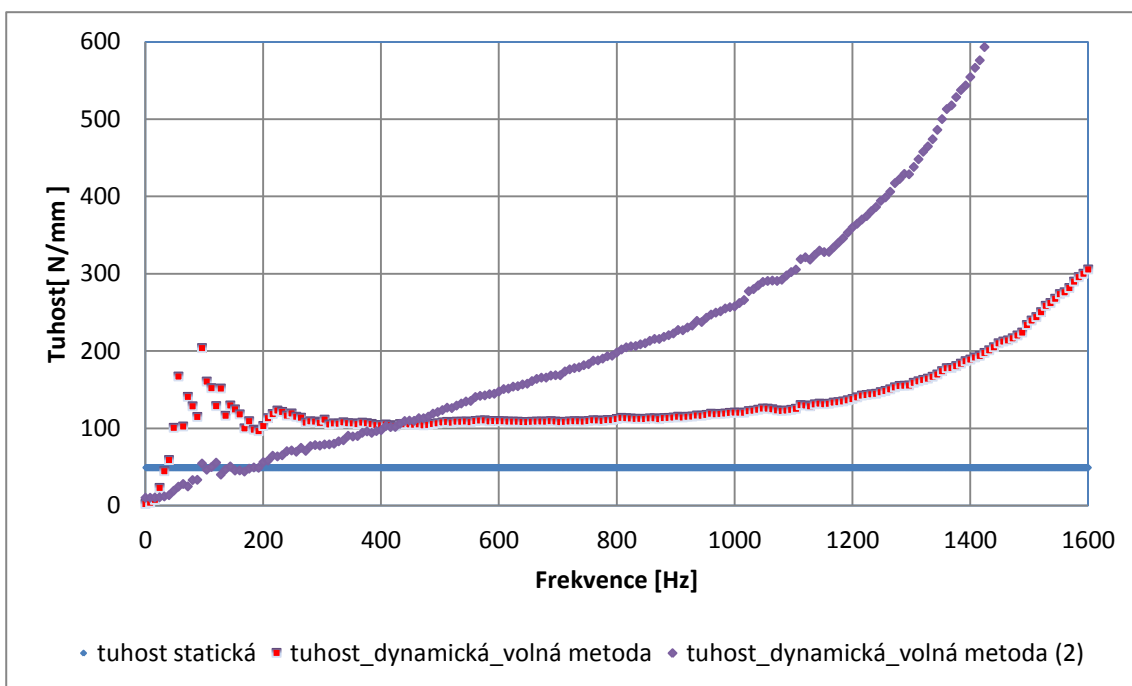
V grafech (grafy č. 1,2,3) jsou vykreslena data bez jakékoli úpravy pro první úroveň zesílení. Ze všech tří grafů je patrné, že tuhost je shodná pro všechna vyzkoušená závaží.

Jak napovídají indexy u jednotlivých grafů, použitá závaží mají hmotnost 472g, 829g, 1381g.

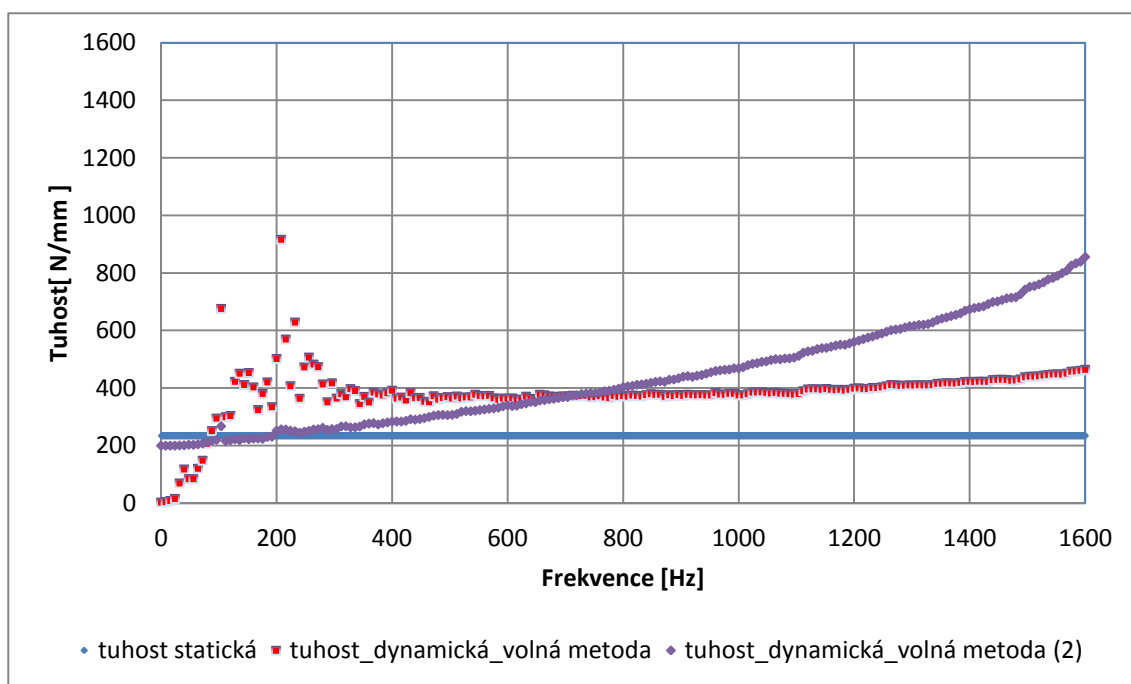
V grafech (grafy č. 4,5,6) byly stanoveny střední hodnoty tuhostí pro jednotlivé pružiny. Shodně bylo postupováno i v druhém případě, kdy byla snížena hodnota zesílení na předzesilovači. Obě tyto střední hodnoty měření jsou zaneseny v grafech. Je zde vykreslena také přímka statické tuhosti.



Graf 4 Dynamická tuhost pružina 1, střední hodnota



Graf 5 Dynamická tuhost pružina 2, střední hodnota



Graf 6 Dynamická tuhost pružina 3, střední hodnota

5.2.3. Závěr, dynamická tuhost, metoda volného závaží

Dynamická tuhost byla stanovena pro tři pryžové pružiny při různém zatížení. Pryž vzhledem ke svým vlastnostem nemá lineární závislost deformace na síle, tedy poměr mezi staticky stanovenou a dynamicky stanovenou tuhostí je rozdílný. Tento poznatek byl ověřen. Velmi zřetelné to je v grafech, kde se dynamická tuhost v závislosti na budící frekvenci mění, zatímco statická tuhost je vykreslena jako přímka.

Bylo zjištěno, že tuhost je také závislá na velikosti budující síly, kdy s nižší budící silou nelineární závislost tuhosti byla více patrná.

Výhodou zvolené metody je relativně jednoduché sestavení měřící sestavy.

Jakožto nevýhoda se projevila poloha velkého dynamického budiče.

5.3. Dynamické určení tuhosti – silová metoda

Dynamická tuhost měřených pryžových pružin lze stanovit více způsoby. Jeden z nich byl využit v předchozích kapitolách. Další postup, jak určit dynamickou tuhost pryžových tlumících prvků bude pomocí silové metody.

5.3.1. Popis měřící soustavy

Pro změření dynamické tuhosti silovou metodou bylo nutno připravit měřící aparaturu. Neměřilo oproti volnému závaží, ale pevné základně, v našem případě se jednalo o dostatečně tuhé kovové půlkolo.

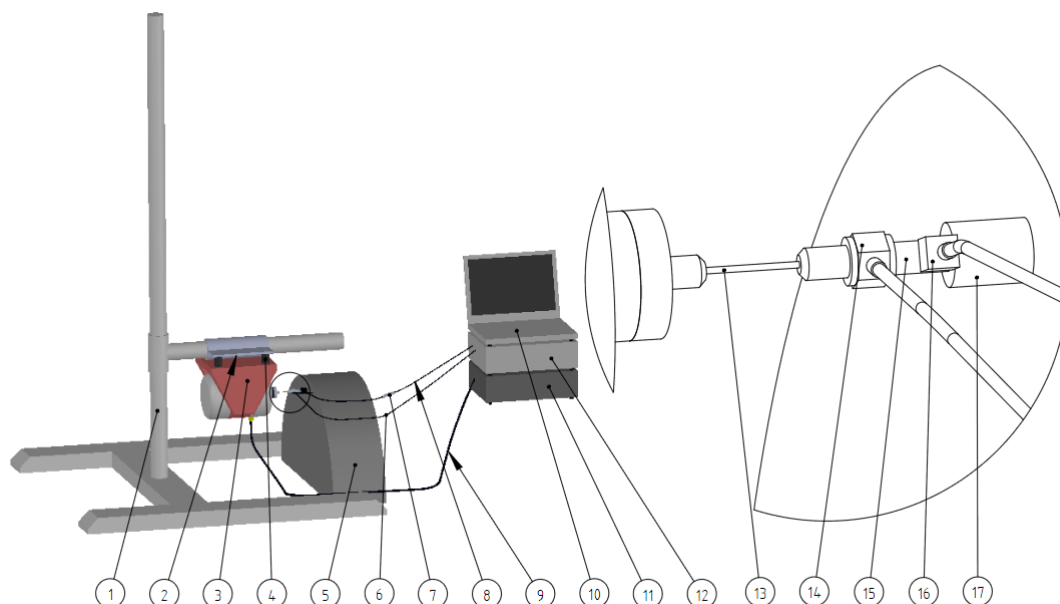
Budič byl pomocí pružných elementů zavěšen na rameni stojanu. Na budící desku budiče byla upevněna tenká budící tyčka, která má za úkol přenášet budící vibrace pouze v jedné ose. Na druhém konci tyčky je připojen siloměr. Dále pak následuje hliníkový redukční člen. Tento člen je jednoduchá tyč, která je z jedné strany opatřena metrickým závitem pro upevnění na pružný element a z druhé strany jemným závitem, který je na siloměru. Tato redukce je vyrobena z hliníku, pokud možno co nejmenších rozměrů, aby hmotnost a následně vyvolané setrvačné síly ovlivňovaly výsledky co nejméně.

Za touto redukcí je již zkoumaný pružný element. Jako poslední část sestavy je základna, v našem případě bylo zvoleno dostatečně tuhé kovové půlkolo.

Siloměr a akcelerometr byly pomocí kabelů propojeny s měřící aparaturou, která je propojena s notebookem s příslušným měřícím softwarem. V případě akcelerometru byl zařazen ještě předzesilovač. Budič byl zapojen do zesilovače, který byl taktéž ovládán měřící aparaturou. V tomto případě byl využit pouze menší typ budiče oproti předchozí úloze. A to z důvodu, že zavěsit velký budič by vzhledem k jeho hmotnosti bylo velmi náročné. Tento menší typ budiče již nepotřebuje ke své činnosti připojení k chlazení. Schéma sestavy je na obrázku (obrázek č. 25 na straně 55).

5.3.2. Schéma měřící soustavy

Na následujícím obrázku (obrázek č. 25 na straně 55) je znázorněno sestavení měřící soustavy.



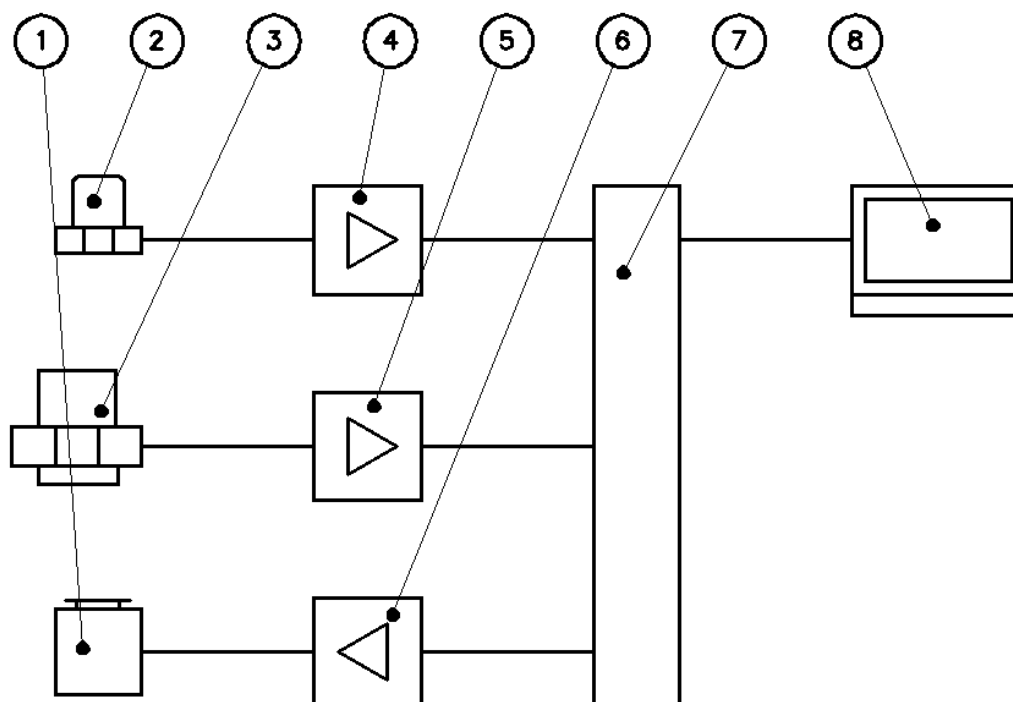
Obrázek 25 Schéma soustavy pro měření dynamické tuhosti silovou metodou

Popis sestavy:

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1. Nosný rám | 10. PC |
| 2. Zavěšení budiče | 11. Zesilovač budiče |
| 3. Budič | 12. Analyzátor (PULS) |
| 4. Pružné zavěšení budiče | 13. Tenká tyčka pro buzení
v jednom směru |
| 5. Závaží | 14. Siloměr |
| 6. Propojovací kabel siloměru | 15. Člen redukující závity |
| 7. Předzesilovač akcelometru | 16. Akcelometr |
| 8. Propojovací kabel akcelometru | 17. Pružný element |
| 9. Propojovací kabel budiče | |

5.3.3. Zapojení analyzátoru

Na následujícím obrázku (obrázek č. 26 na straně 5643) je schematické zapojení analyzátoru pro měření dynamické tuhosti silovou metodou.



Obrázek 26 Zapojení analyzátoru při měření dynamické tuhosti silovou metodou

Popis zapojení:

1. Budič	Brüel & Kjær LDS V406
2. Jednoosý akcelerometr	Brüel & Kjær 4374
3. Jednoosý siloměr	Brüel & Kjær 8201
4. Nábojový zesilovač	Brüel & Kjær 2647A
5. Nábojový zesilovač	Brüel & Kjær 2647A
6. Výkonový zesilovač	Brüel & Kjær
7. Čtyřkanálový analyzátor	PULSE
8. PC	

5.3.1. Odhad pracovního intervalu

Pro vhodné určení dynamické tuhosti je nutno znát interval frekvencí, ve kterých můžeme očekávat, že bude stroj, v našem případě spalovací motor pracovat. Od tohoto

intervalu frekvencí, nazývejme jej pracovní interval, se následně odvíjí i zkoumané frekvence. Nemá smysl prodlužovat čas měřením v oblasti několikanásobně převyšující pracovní interval. Nebudeme-li brát v potaz časovou náročnost takto obsáhlého měření, je nutno uvažovat, že následné zpracování většího množství dat může způsobit nepřesnost v pracovním intervalu, kde nás zajímají výsledky především.

V našem případě je studentská formule osazena motorem:

YAMAHA YZF R6 599 ccm

Tento motor pracuje přibližně v rozsahu 6000 – 15 000 rpm

Momentálně budou vzata v potaz horní otáčky motoru, protože je nutno uvažovat, že motor může pracovat i mimo ideální otáčky.

Určíme tedy pracovní interval pro následné měření.

$$n_{max} = 15\,000\,rpm \quad (69)$$

$$f = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{max}}{60} \quad (70)$$

$$f = 1\,570,79\,Hz \quad (71)$$

Takto byly, stanoveny vibrace které by mohly vzniknout při otáčení nevyvážené klikové hřídele. Budeme-li uvažovat i pracovní cyklus spalovacího motoru, počítejme dva zážehy na jednu otáčku klikové hřídele.

$$f_{max} = 2 \cdot f = 3141,6\,Hz \quad (72)$$

Nyní lze stanovit pracovní oblast v rozmezí **0-3 200 Hz**. Pro úvodní stanovení pracovního intervalu nám bude postačovat tento odhad, pro následné detailnější a přesnější určení pracovního intervalu je nutno provést měření přímo na konkrétním motoru. Měření by mělo být provedeno v reálném pracovním rozsahu otáček při zátěži, protože tyto faktory ovlivní vibrace.

5.3.2. Nastavení měřících parametrů

Při tomto měření byl nastaven větší rozsah budícího signálu. Shodně jako v předchozím měření byl zvolen bílý šum, nyní v rozmezí 0 až 3200 Hz. Tato volba

vychází z odhadu pracovního intervalu Počet čar byl nastaven 3200, stejně jako rozsah budícího signálu. Tedy změřené hodnoty budou stanoveny s rozlišením 1 Hz. Stejně jako v předchozím případě bylo zvoleno Hanningovo okno s 50% překrytím a se 100 lineárními průměry Vzhledem k použití shodného akcelerometru, byla i hranice statického měření nastavena na 7 Hz.

5.3.3. Popis měření

Nejdříve bylo nutno sestavit a zapojit měřicí sestavu a měřicí aparaturu do podoby, která byla popsána v předchozích kapitolách.



Obrázek 27 Měření dynamické tuhosti silovou metodou

Tedy na tuhé závaží byl přišroubován pružný element. Na nosné rameno byl pružně zavěšen budič, včetně přišroubované tenké budící tyčky. Na jejím druhém konci je impedanční siloměr. Rameno nosného rámu se následně ustavilo do polohy tak, aby budič, tenká budící tyčka, siloměr a pružný element byly osově vystředěny. Pokud by nedošlo k osovému vystředění, mohlo by dojít k zohnutí tenké tyčky a tím znehodnocení celého měření. Následně bylo provedeno zapojení akcelerometru, siloměru a budiče.

Měření bylo spuštěno zapnutím budiče, po naměření požadovaných hodnot byly naměřené hodnoty uloženy. Poté bylo měření provedeno pro další dva pružné elementy.

Celkově byly tedy provedeny tři měření pro tři vzorky

5.3.4. Stanovení dynamické tuhosti silovou metodou

Z naměřených dat nyní můžeme vyhodnotit tuhost v závislosti na budící frekvenci. Bude využit vzorec, který již byl využit při stanovování statické tuhosti.

Tedy:

$$k_{(\omega)} = \frac{F}{x} \quad (73)$$

Vzhledem k tomu že měřená pryžová pružina není dokonale pružná, je nutno uvažovat, že deformace se opoždí za namáháním. V našem měření se toto opožďování projevuje jako fázový posuv výchylky.

Pro měření byl použit akcelerometr a tedy výstupem jsou hodnoty zrychlení. Po druhé integraci těchto hodnot získáme požadované hodnoty výchylky. Tato integrace je provedena přímo měřicím softwarem.

Vztah pro dynamickou tuhost s uvažováním fázového posuvu má tedy následující tvar:

$$k_{(\omega)} = \frac{F}{x \cdot \cos \varphi} \quad (74)$$

Dynamická tuhost je stanovována pro frekvenční oblast ležící nad i pod rezonancí dané struktury, je tedy nutno ještě uvažovat s fázovým otočením. Tato vlastnost nám rozdělí výpočet na dvě oblasti.

V podrezonanční oblasti kdy $\omega < \Omega_0$

Platí vztah:

$$k_{(\omega)} = \frac{F}{x \cdot \cos(\varphi + \pi)} \quad (75)$$

V nadrezonanční oblasti kdy $\omega > \Omega_0$

Platí vztah:

$$k_{(\omega)} = \frac{F}{x \cdot \cos(\varphi)} \quad (76)$$

Kde: $k_{(\omega)}$ - dynamická tuhost

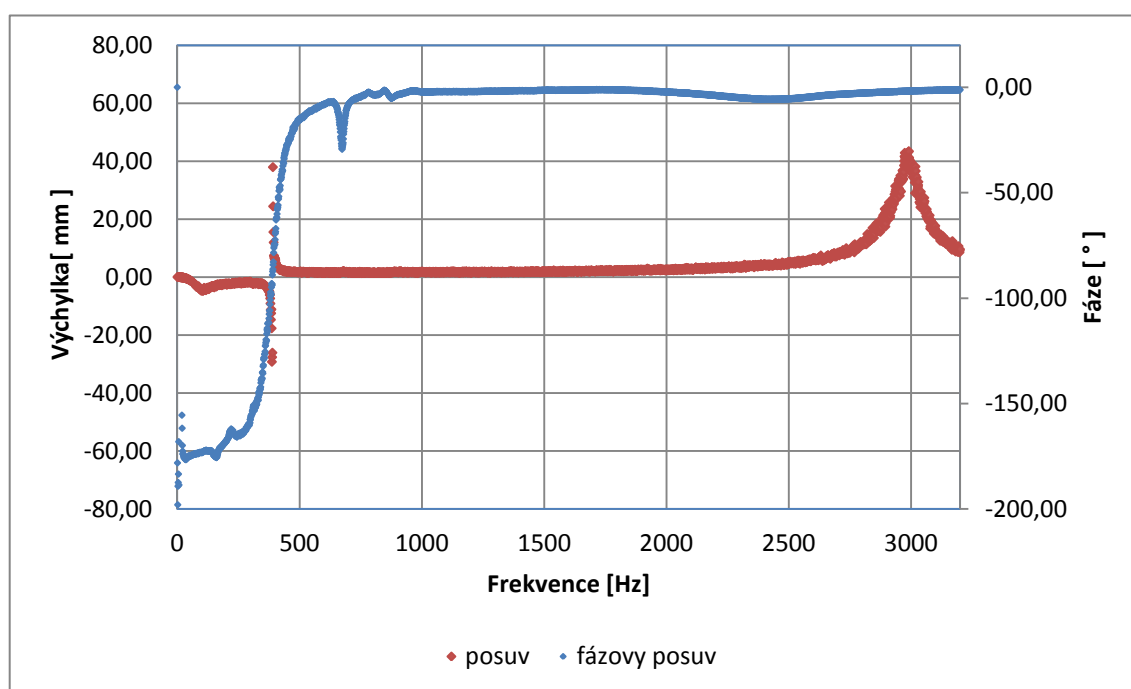
F - budící síla

φ - fázový posuv

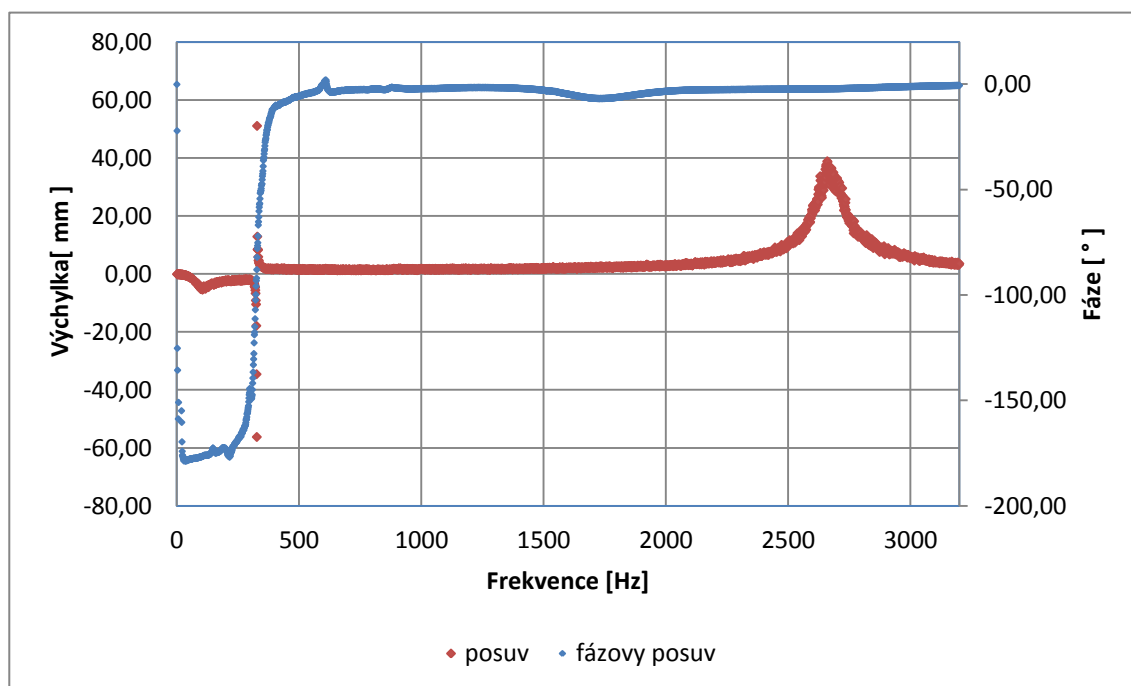
Pro stanovení dynamické tuhosti je tedy nejdříve nutno stanovit hodnotu rezonance a následně aplikovat rozdílné vztahy výpočtu.

5.3.5. Určení rezonance

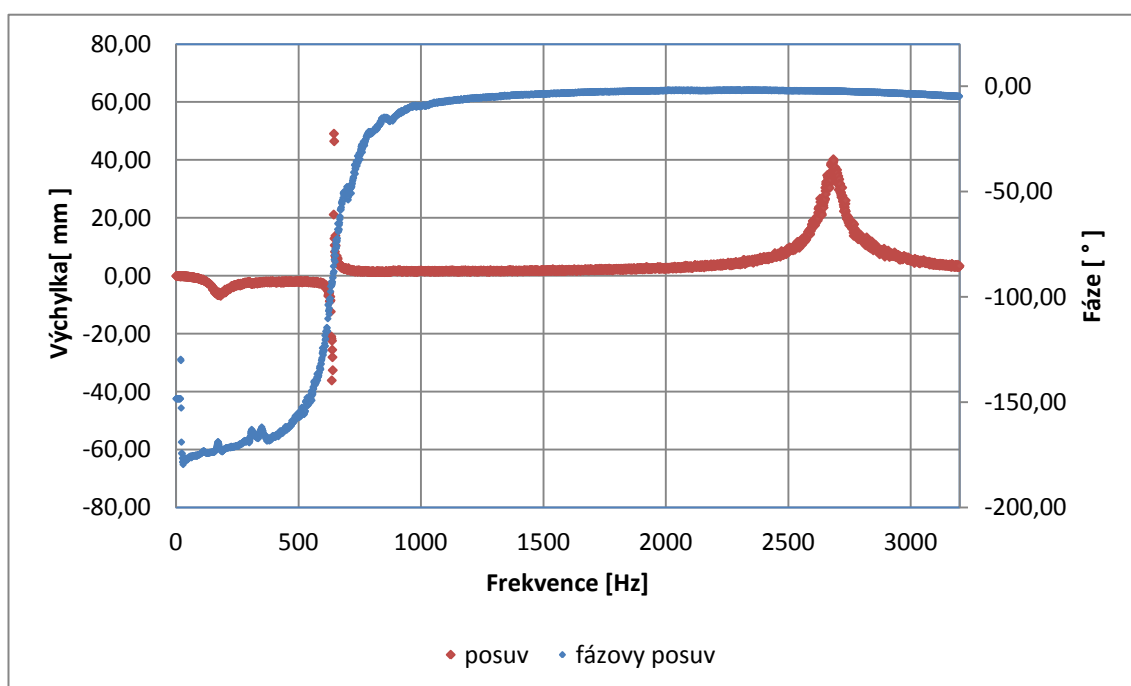
Rezonanci dané struktury můžeme určit jak z grafu fázového posuvu, tak z grafu výchylky či zrychlení. U výchylky a zrychlení je nutno provést přepočet na reálnou složku, aby rezonance byla patrná. V následujících grafech (grafy 7, 8, 9) je vykresleno fázové natočení a zároveň výchylka. V grafech se na stejném místě protíná rezonance výchylky a fázové otočení.



Graf 7 Fázové otočení pružina 1

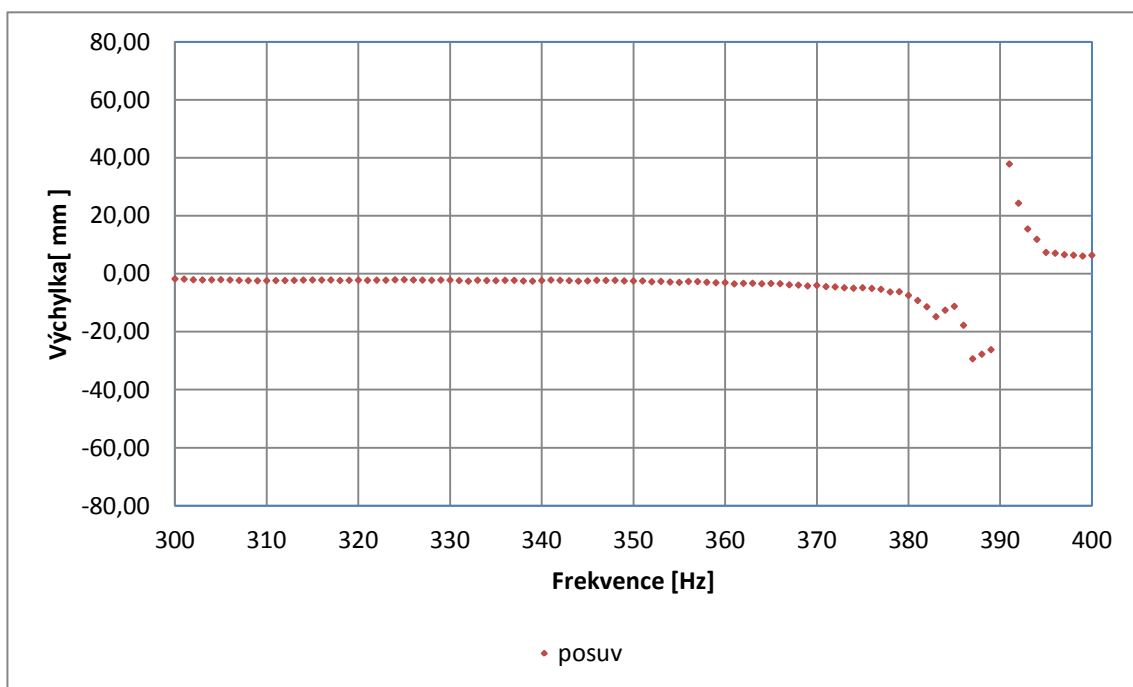


Graf 9 Fázové otočení pružina 2

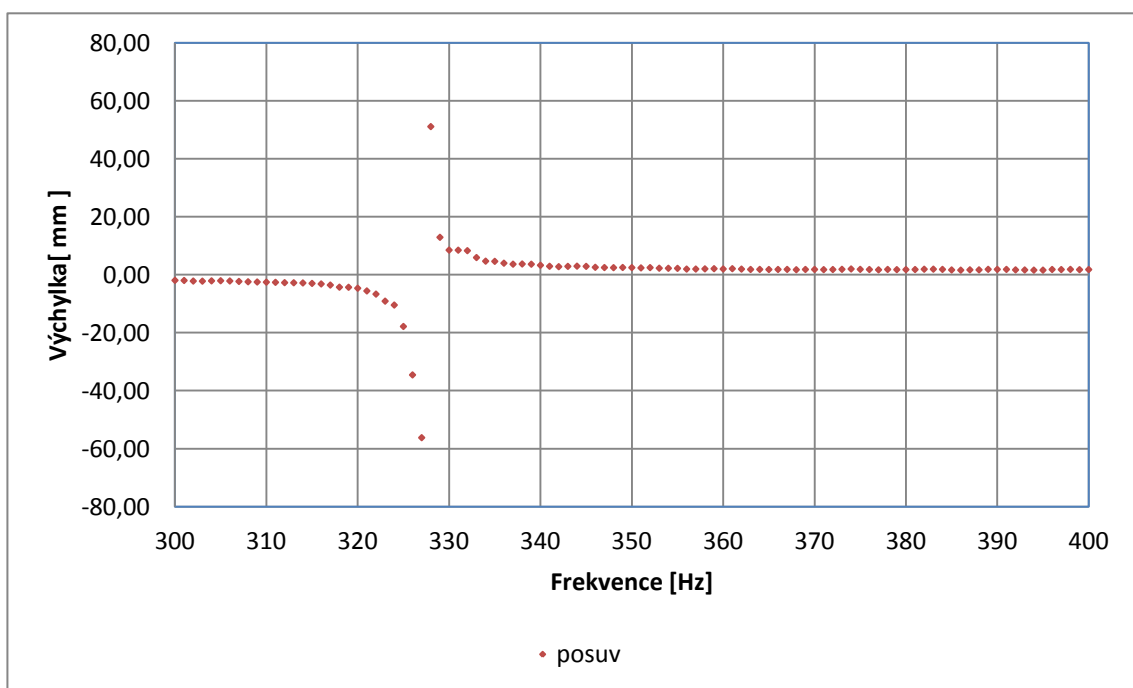


Graf 8 Fázové otočení pružina 3

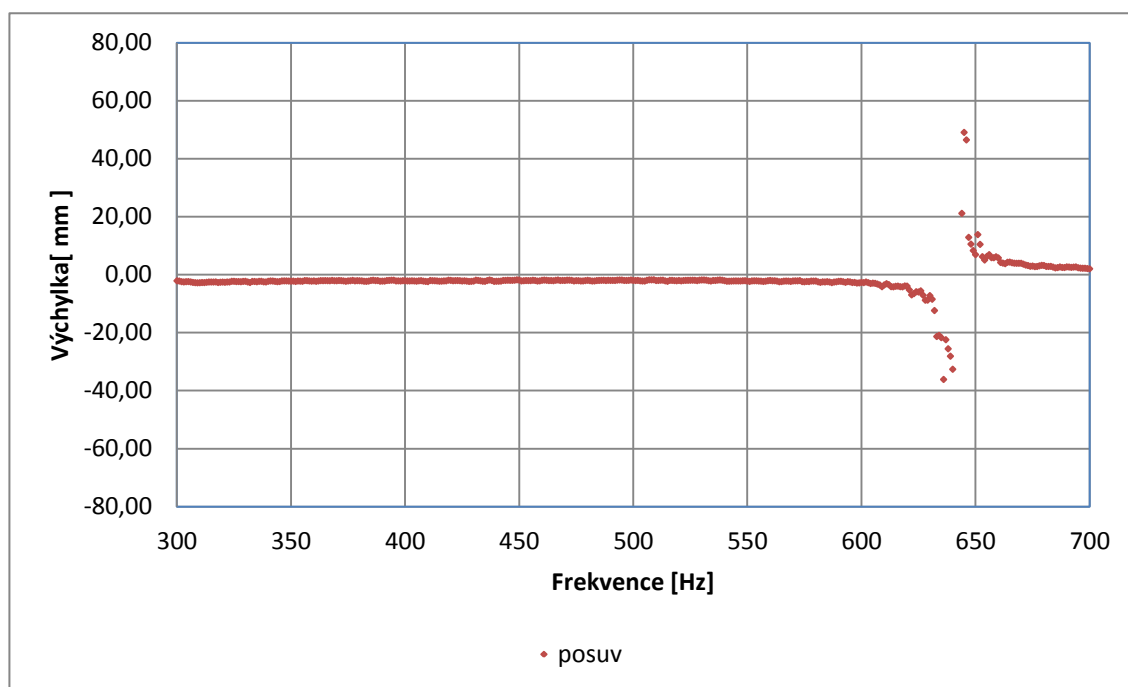
Pro přesnější odečtení z rezonance byla vykreslena pouze samotná výchylka samostatně na užším intervalu frekvencí (grafy 10, 11, 12). Frekvenční oblasti, které jsou pro nás významné, odečteme z předchozích grafů (grafy 7, 8, 9).



Graf 11 Zobrazení rezonance pružiny 1



Graf 10 Zobrazení rezonance pružiny 2



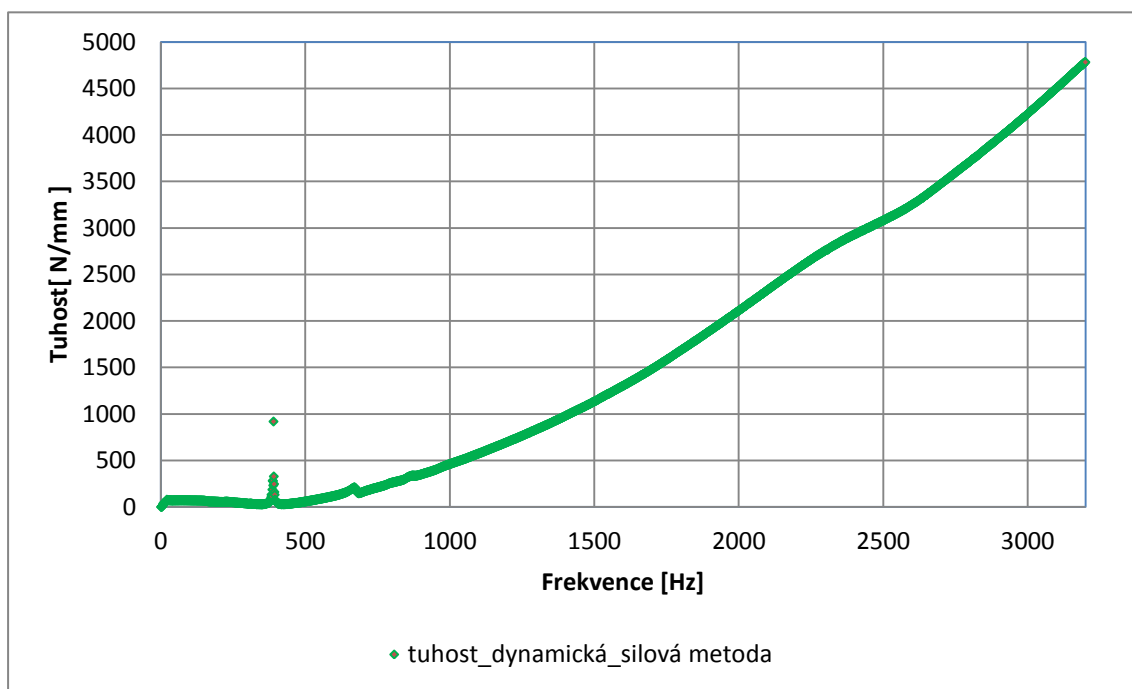
Graf 12 Zobrazení rezonance pružiny 3

Z předešlých grafů je možné určit, na které frekvenci dochází k fázovému otočení. Tedy pro jednotlivé pružiny byla hodnota rezonance stanovena takto.

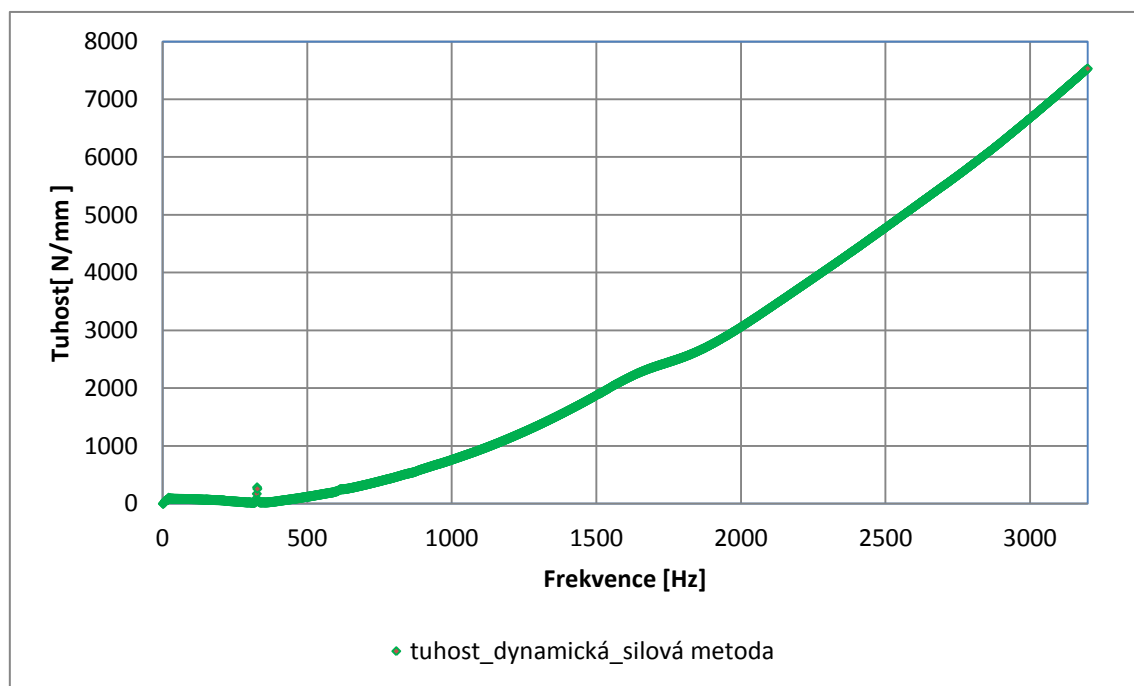
Pružina 1	388 Hz
Pružina 2	326 Hz
Pružina 3	641 Hz

Nyní již můžeme využít vztahů (75) a (76) pro podrezonanční a nadrezonanční oblasti a stanovit tak dynamickou tuhost silovou metodou na celém rozsahu měření.

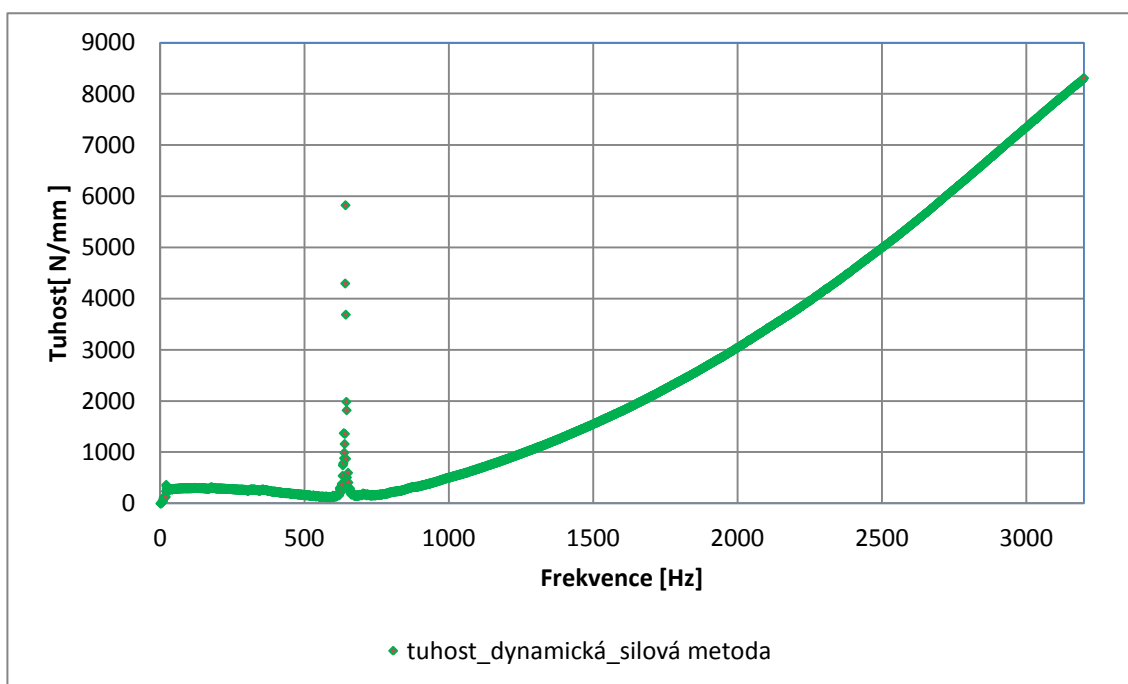
Na grafech (grafy 13, 14, 15) jsou vykresleny dynamické tuhosti stanoveny silovou metodou. Je zde vidět značně nelineární závislost mezi tuhostí a budící frekvencí. Při vysokých budících frekvencích dochází k značnému nárůstu tuhosti.



Graf 13 Dynamická tuhost pružiny 1, silová metoda



Graf 14 Dynamická tuhost pružiny 2, silová metoda



Graf 15 Dynamická tuhost pružiny 3, silová metoda

5.3.6. Závěr, dynamická tuhost metoda silová

Jako u předchozího měření byla určena závislost mezi tuhostí a budící frekvencí, stejně tak i zde tato závislost není konstantní ani lineární. Zde byl využit menší a lehčí budič.

Bylo provedeno jedno měření, vždy pro každou pružinu, tedy celkem tři měření, kdy po každém měření byla soustava částečně rozebrána a sestavena s další pružinou.

Měření při této metodě je ovlivněno přesností ustavení budiče, budící tyčky a pryžové pružiny. Sestavení bylo prováděno s maximální opatrností, ovšem pro správné ustavení by bylo vhodné navrhnout a sestavit přípravek, který by zaručoval vyšší přesnost ustavení.

Na předešlých grafech je poměrně dobře patrná vlastní frekvence měřené pryžové pružiny, kdy její tuhost se blíží k nekonečnu. Tuhost poté poměrně strmě roste.

5.4. Srovnání použitých metod

Jednotlivé metody stanovení tuhosti pryže se liší jak svým principem, provedením a náročností. U některých bylo nutno stanovit matematický aparát, aby bylo možno určit tuhost. Jiné vyžadovaly především přípravu při sestavení měřicí soustavy.

Srovnání jednotlivých metod stanovování tuhostí je provedeno pomocí tří grafů (grafy 16, 17, 18). Pro každou pružinu byl zvolen samostatný graf tak, jak je zvykem v celé práci.

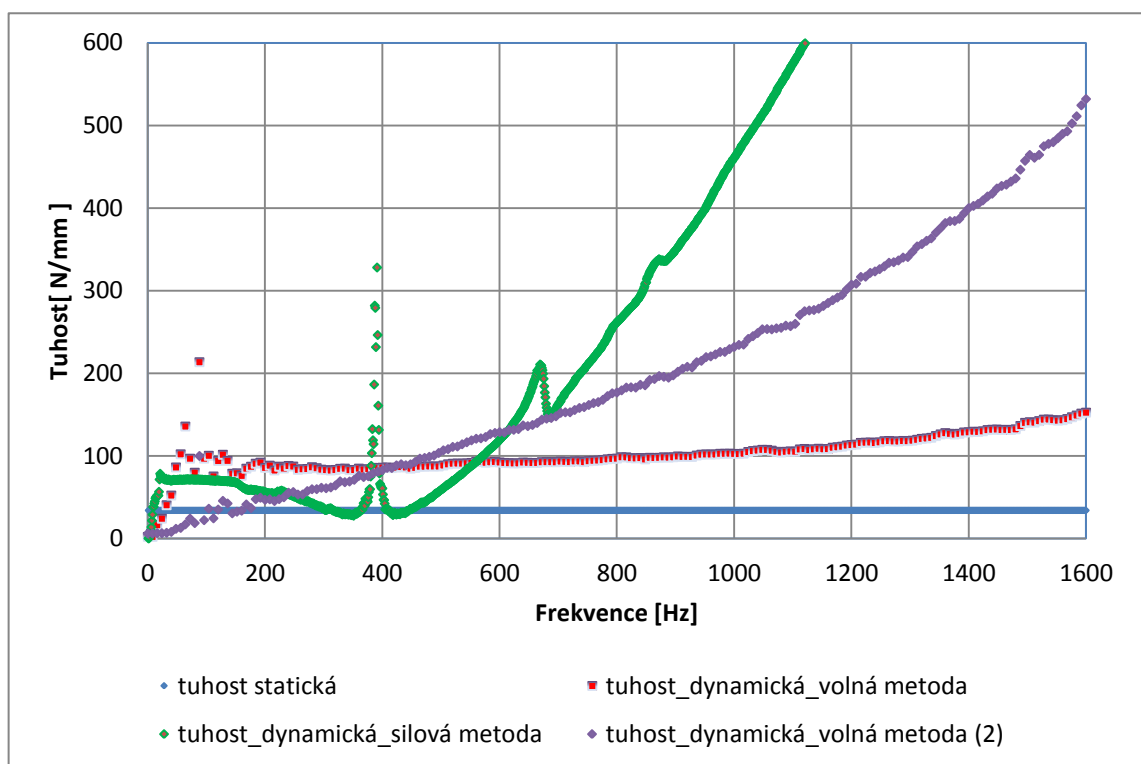
V těchto grafech jednotlivé křivky představují následující veličiny:

MODRÁ - Přímka znázorňující statickou tuhost, která byla stanovena pomocí zvyšující se zátěže a úchylkoměru bez jakéhokoli vlivu budící frekvence. Z toho důvodu se nemění v závislosti na frekvenci (měření je popsáno v kapitole 5.1 *Statické určení tuhosti* na straně 33).

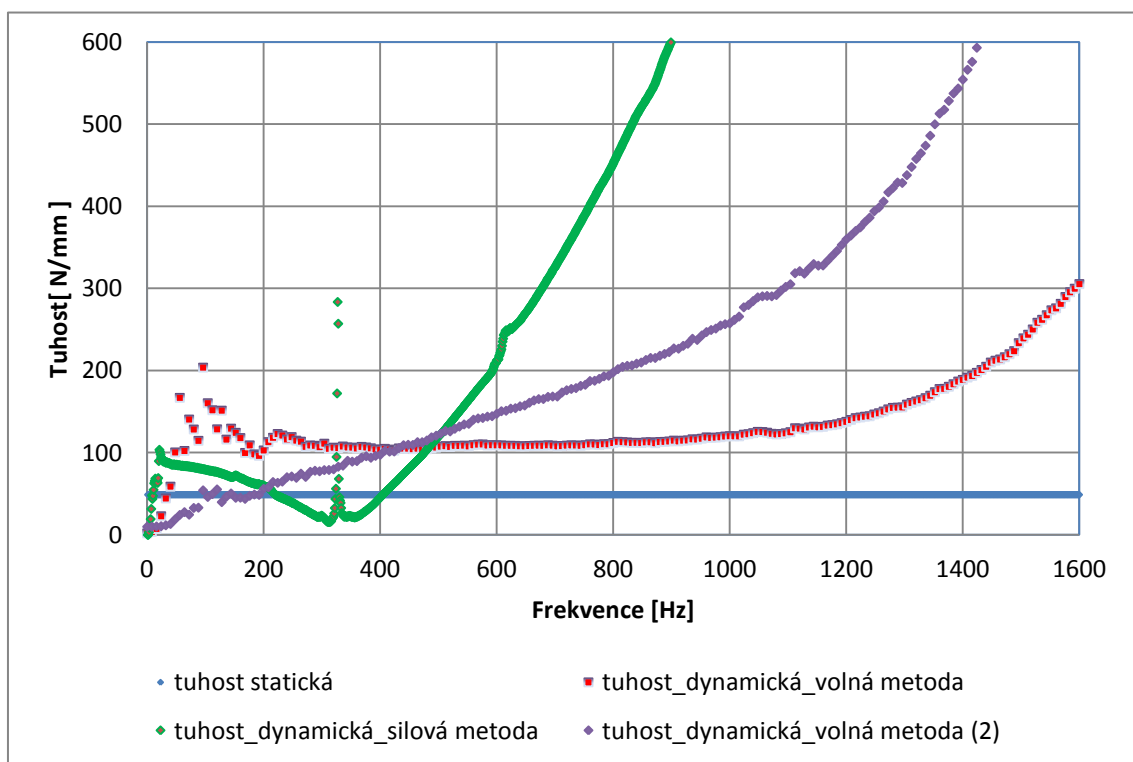
ČERVENÁ - Červenou barvou je vykreslena dynamická tuhost, změřená pomocí budiče, na němž byla umístěna pryžová pružina a na ní závaží, přičemž toto závaží je volně uloženo, až na spojení s pružinou (měření je popsáno v kapitole 5.2 *Dynamické určení tuhosti, metoda s volným závažím* na straně 41).

FIALOVÁ - Křivka fialové barvy naznačuje dynamickou tuhost stanovenou shodnou metodou, jak tomu bylo u červené barvy, ale nižší budící silou (měření je popsáno v kapitole 5.2 *Dynamické určení tuhosti, metoda s volným závažím* na straně 41).

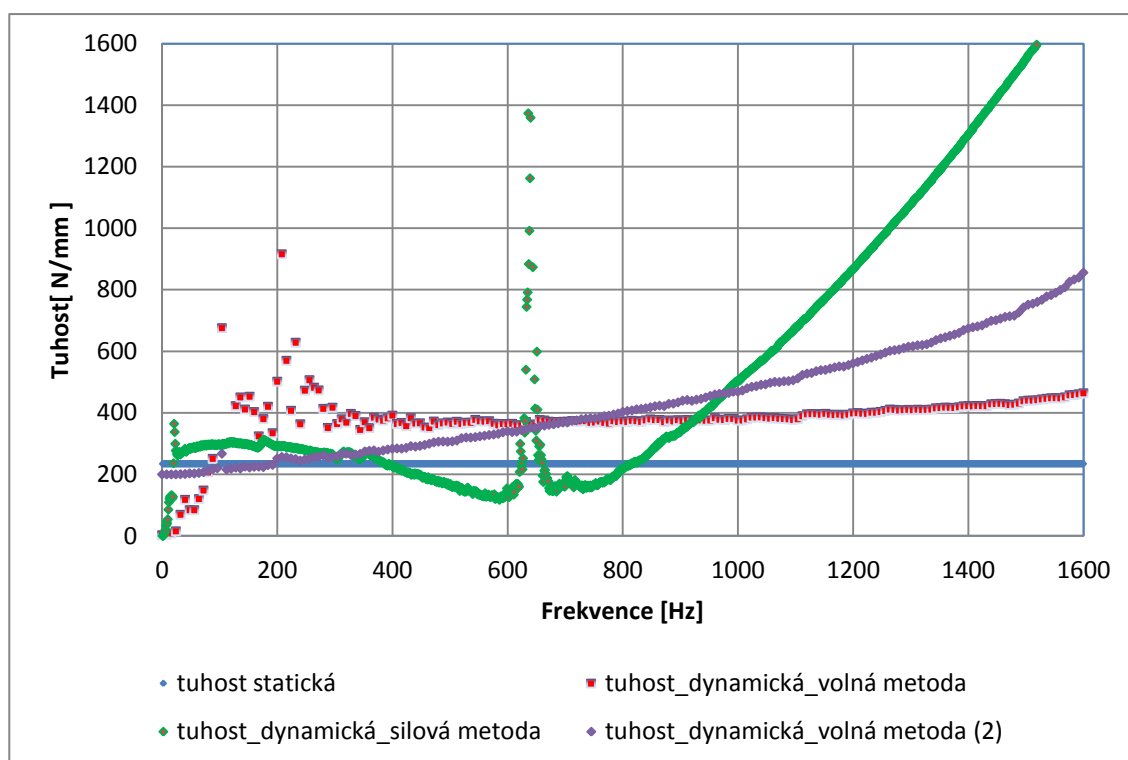
ZELENÁ - Zelenou barvou je znázorněna dynamická tuhost stanovená silovou metodou, kdy mezi budič a dostatečně hmotné závaží je vložena pryžová pružina a tenká budící tyčka (měření je popsáno v kapitole 5.3 *Dynamické určení tuhosti – silová metoda* na straně 54).



Graf 17 Porovnání metod pružina 1



Graf 16 Porovnání metod pružina 2



Graf 18 Porovnání metod pružina 3

Na předchozích grafech je možno zpozorovat rozdíly mezi jednotlivými metodami. Statická tuhost není pro naše využití podstatná, ale slouží k porovnání s ostatními metodami. Všechny metody se vyznačují značnou nelinearitou tuhosti při buzení, obzvláště ve vyšších kmitočtech. Zaleží na velikosti budící síly, na kolik ovlivní tuto nelinearitu. V nízkých frekvencích, především v podrezonanční oblasti se křivky jednotlivých dynamických tuhostí pohybují okolo statické tuhosti.

6. Návrh pružného uložení

V předchozích kapitolách bylo popsáno kmitání a jeho nepříznivý vliv jak na součásti, tak na lidské tělo. Dále byly popsány nejběžnější způsoby vibroizolace. Obsáhle bylo popsáno, jak lze stanovit statické a dynamické vlastnosti pryže.

Nyní se můžeme zabývat samotným návrhem pružného uložení spalovacího motoru v rámu první generace FSAE (studentské formule). Tento návrh bude proveden pouze teoreticky, protože v průběhu zpracovávání měření bylo určeno, že motor bude umístěn bez jakéhokoli pružného uložení. Tedy práce zpracovává především metodiku testování a postup návrhu pružných elementů.

6.1. Předpoklady návrhu pružného uložení

Aby bylo možno provést návrh pružného uložení stroje, je nutné znát jak údaje o ukládaném zařízení, tak o rámu nebo prostoru kde má být umístěno.

„Údaje o ukládaném zařízení:

- Tvar, rozměry a poloha těžiště
- Maximální a minimální hmotnost během provozu
- Hodnoty momentů setrvačnosti
- Působíště, směr a velikost budících sil a momentů, včetně jejich frekvenčního spektra
- Možnost upevnění izolátorů
- Tuhost potrubí nebo jiných připojovacích částí, které mohou ovlivnit celkovou tuhost uložení
- Doba rozběhu a doběhu stroje

Údaje o rámu a prostoru k umístění:

- Druh podkladu, zda se jedná o ocelovou konstrukci atd.
- Vibrace samotného podkladu “ [1]

Obě skupiny údajů je nutno předem stanovit. Některé je možno získat od výrobce daného pracovního stroje, některé je nutno stanovit měřením za provozu nebo alespoň za podmínek přibližných provozním.

Další můžeme jednoduše stanovit pomocí některých z moderních výpočtových softwarů, které již mají tyto funkce vestavěny (například lze stanovit těžiště či momenty setrvačnosti).

6.2. Postup návrhu pružných elementů

Zde bude v jednotlivých krocích nastíněn obecný postup, který vede k návrhu pružných elementů.

1. Určení vlastností rámu

Nejdříve je nutno stanovit, zda rám je dostatečně tuhý (tužší než uvažované pružné elementy). Provést měření vibrací, zda nepřenáší nepřipustně vysoké kmitání od okolí a také provést analýzu vhodných připojovacích rozměrů.

2. Určení vlastností pracovního stroje

Je nutno stanovit průběh budících sil a momentů v závislosti na frekvenci. Nejlépe provést měření pro pracovní stroj v provozním režimu, určit dobu rozběhu a doběhu. Budící frekvence se dá odhadnout z pracovních otáček, ale mohou vznikat nepředpokládané budící síly, které se dají stanovit pouze měřením.

Také je nutno analyzovat připojovací rozměry a jejich návaznost na připojovací rozměry rámu.

3. Stanovení centrálních momentů setrvačnosti a těžiště

Buďto je může udávat výrobce pracovního stroje, nebo pokud máme k dispozici 3D model motoru, lze jej stanovit pomocí výpočetního softwaru.

4. Vlastní návrh pružných elementů

Vzhledem k tomu, že je pro nás důležitý i útlum hluku a vibrací budou zvoleny pryžové pružiny.

Vlastní kruhovou frekvenci pružného uložení zvolíme třikrát nižší než je nejnižší stanovená budící frekvence.

$$\frac{1}{3 \cdot \Omega_0} = \Omega_{b \min} \quad (77)$$

Odtud pak můžeme určit celkovou tuhost uložení.

$$k = m \cdot \Omega_{b \min}^2 \quad (78)$$

Poté již můžeme stanovit počet a jednotlivé tuhosti pryžových pružin ze vztahů pro střed pružnosti v jednotlivých souřadnicích

$$x_p = \frac{\sum k_y \cdot y}{\sum k_y} \quad (79)$$

$$y_p = \frac{\sum k_x \cdot x}{\sum k_x} \quad (80)$$

5. Ověření navržených pružných elementů

Po výběru vhodných pryžových pružin je nutno na nich provést měření dynamické tuhosti, které by pokud možno co nejvíce napodobovalo reálné podmínky.

7. Závěr

V úvodu práce byly popsány způsoby vzniku a šíření kmitání, včetně matematického postupu řešení. Byl uveden konkrétní případ, jak se může kmitání nepříznivě projevit na zdraví.

Při popisu jednotlivých způsobů pružného uložení bylo uvažováno, že se jedná o pružné uložení spalovacího motoru. Proto byly důkladně popsány vlastnosti pryží. Díky tlumícím vlastnostem pryží jsou vhodné pro uložení motoru, kde je nutno zajistit jak pružné uložení, tak utlumení přenosu vibrací.

Byly zvoleny tři pryžové pružiny, na nichž bylo provedeno nejdříve statické určení tuhosti a následně bylo provedeno měření dynamické tuhosti metodou s volným závažím. K lepšímu pochopení dynamické tuhosti bylo provedeno další měření, kdy dynamická tuhost byla stanovena silovou metodou.

Při statickém měření se pro každou ze zkoumaných pružin provedlo odčítání hodnot deformace při zatěžování a posléze při odlehčování. Tyto hodnoty byly následně zpracovány, byly určeny statické tuhosti a taktéž absolutní a relativní odchylky měření. Měření statické tuhosti splnilo předpokládané cíle, kdy byla jednoduchou metodou stanovena tuhost materiálu. Při následných měřeních dynamické tuhosti již byla přibližně stanovena hodnota, z níž bychom měli vycházet. Tedy i přes svou zdánlivou jednoduchost bylo měření přínosem pro dokonalejší popis vlastností daného materiálu.

Následujícím dynamickým měřením byla stanovena dynamická tuhost, opět pro tři pryžové pružiny při různém zatížení. Pryž vzhledem ke svým vlastnostem nemá lineární závislost deformace na síle, tedy poměr mezi staticky stanovenou a dynamicky stanovenou tuhostí je rozdílný. Tento poznatek byl ověřen. Velmi zřetelné to je v grafech, kde se dynamická tuhost v závislosti na budící frekvenci mění, zatímco statická tuhost je vykreslena jako přímka. Bylo zjištěno, že tuhost je také závislá na velikosti budující síly, s nižší budící silou nelineární závislost tuhosti byla více patrná.

Při dalším způsobu měření dynamické tuhosti, kdy pružina byla umístěna mezi budič a pevnou základnu, bylo provedeno jedno měření pro každou pružinu, tedy celkem tři měření, kdy po každém měření byla soustava částečně rozebrána a sestavena s další pružinou. Zde byl využit menší a lehčí budič oproti předchozí metodě. Měření je zde ovlivněno přesností ustavení budiče, budící tyčky a pryžové pružiny. Při tomto

měření byla na grafech poměrně dobře patrná vlastní frekvence měřené pryžové pružiny, kdy její tuhost se blíží k nekonečnu.

Srovnání výsledků nám ukazuje, že je velmi důležité při provádění měření dodržet podmínky, které nastávají v běžném provozu, kdy data se značně liší pro jednotlivé okrajové podmínky.

Návrh pružného uložení musí být tedy stanoven na základě dat změřených za provozu. Poté je možno řešit návrh umístění a materiálových vlastností pružných elementů.

8. Seznam použité literatury

- 1) Kolektiv autorů, Snižování mechanického kmitání vyvažováním a pružným ukládáním strojů, Dům techniky ČVTS Praha1, 1970
- 2) ŽIARAN, Stanislav. Znižovanie kmitania a hluku v priemysle: kmitanie a akustika. 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2006, 330 s. ISBN 80-227-2366-5.
- 3) ŽIARAN, Stanislav. Kmitanie a akustika : ochrana človeka pred kmitaním a hlukom. 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo STU, 2001, 254 s. ISBN 80-227-1607-3.
- 4) Prof. Ing. Ondouch, CSc, Prof. Ing. Zapoměl, DrSc, Mgr. Ing. Bilošová, Ph.D., Ing. Kaňák, Výzkum účinnosti absorpčních tlumičů pro snižování vibrací a hluku částí strojů, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, Ostrava, 1997 – 1999
- 5) Katedra mechaniky, Vlastnosti pružin a jejich využití jako izolátorů kmitání, výukové materiály Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, Ostrava, 2005
- 6) Alena Bilošová, Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část modální zkoušky, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, Ostrava, 2012
- 7) Jan Ondrouch, Jiří Podešva, Technické kmitání, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, Ostrava, 2011/12
- 8) Jan Biloš, Alena Bilošová, Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část vibrační diagnostika, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, Ostrava, 2012
- 9) http://cs.wikipedia.org/wiki/Raynaudova_nemoc
- 10) http://www.kfy.zcu.cz/dokumenty/FP1/chyby_mereni.pdf

9. Seznam obrázků

Obrázek 1 Prsty postiženy Raynaudovým syndromem	16
Obrázek 2 Schéma netlumeného kmitání	17
Obrázek 3 Schéma sestavy kinematicky buzené	20
Obrázek 4 Schéma tlumené soustavy	23
Obrázek 5 Aktivní pružné uložení	24
Obrázek 6 Pasivní pružné uložení	25
Obrázek 7 Ukázka využití šroubové pružiny na motorovém postřikovači	26
Obrázek 8 Ukázka využití pryžové pružiny na benzinovém generátoru	28
Obrázek 9 Ukázka variant pryžových pružin	29
Obrázek 10 Ukázka uložení automobilu na vzduchovou pružinu	30
Obrázek 11 Rozsah aplikace daného pružného elementu	31
Obrázek 12 Pryžové pružiny	33
Obrázek 13 Rozměry pryžových pružin 2 a 3	34
Obrázek 14 Rozměry pryžové pružiny 1	34
Obrázek 15 Příprava pryžové pružiny pro zatěžování statickou silou	35
Obrázek 16 Schéma měření statické tuhosti	36
Obrázek 17 Odečítání prodloužení pružiny	37
Obrázek 18 Schéma zapojení měřicí soustavy	42
Obrázek 19 Zapojení analyzátoru při měření dynamické tuhosti	43
Obrázek 20 Průměrování Hanningovým oknem s 50% překrytím	44
Obrázek 21 Budič pro kalibraci akcelerometrů	45
Obrázek 22 Umístění závaží na aktivní desku budiče	45
Obrázek 23 Schéma určení tuhosti pružiny	46
Obrázek 24 Schéma fázového posuvu	48
Obrázek 25 Schéma soustavy pro měření dynamické tuhosti silovou metodou	55
Obrázek 26 Zapojení analyzátoru při měření dynamické tuhosti silovou metodou	56
Obrázek 27 Měření dynamické tuhosti silovou metodou	58

10. Seznam grafů

<i>Graf 1 Dynamická tuhost pružiny 1</i>	<i>50</i>
<i>Graf 2 Dynamická tuhost pružiny 2</i>	<i>50</i>
<i>Graf 3 Dynamická tuhost pružiny 3</i>	<i>51</i>
<i>Graf 4 Dynamická tuhost pružina 1, střední hodnota</i>	<i>52</i>
<i>Graf 5 Dynamická tuhost pružina 2, střední hodnota</i>	<i>52</i>
<i>Graf 6 Dynamická tuhost pružina 3, střední hodnota</i>	<i>53</i>
<i>Graf 7 Fázové otočení pružina 1</i>	<i>60</i>
<i>Graf 8 Fázové otočení pružina 3</i>	<i>61</i>
<i>Graf 9 Fázové otočení pružina 2</i>	<i>61</i>
<i>Graf 10 Zobrazení rezonance pružiny 2</i>	<i>62</i>
<i>Graf 11 Zobrazení rezonance pružiny 1</i>	<i>62</i>
<i>Graf 12 Zobrazení rezonance pružiny 3</i>	<i>63</i>
<i>Graf 13 Dynamická tuhost pružiny 1, silová metoda.....</i>	<i>64</i>
<i>Graf 14 Dynamická tuhost pružiny 2, silová metoda.....</i>	<i>64</i>
<i>Graf 15 Dynamická tuhost pružiny 3, silová metoda.....</i>	<i>65</i>
<i>Graf 16 Porovnání metod pružina 2</i>	<i>67</i>
<i>Graf 17 Porovnání metod pružina 1</i>	<i>67</i>
<i>Graf 18 Porovnání metod pružina 3</i>	<i>68</i>